

SEP

SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA

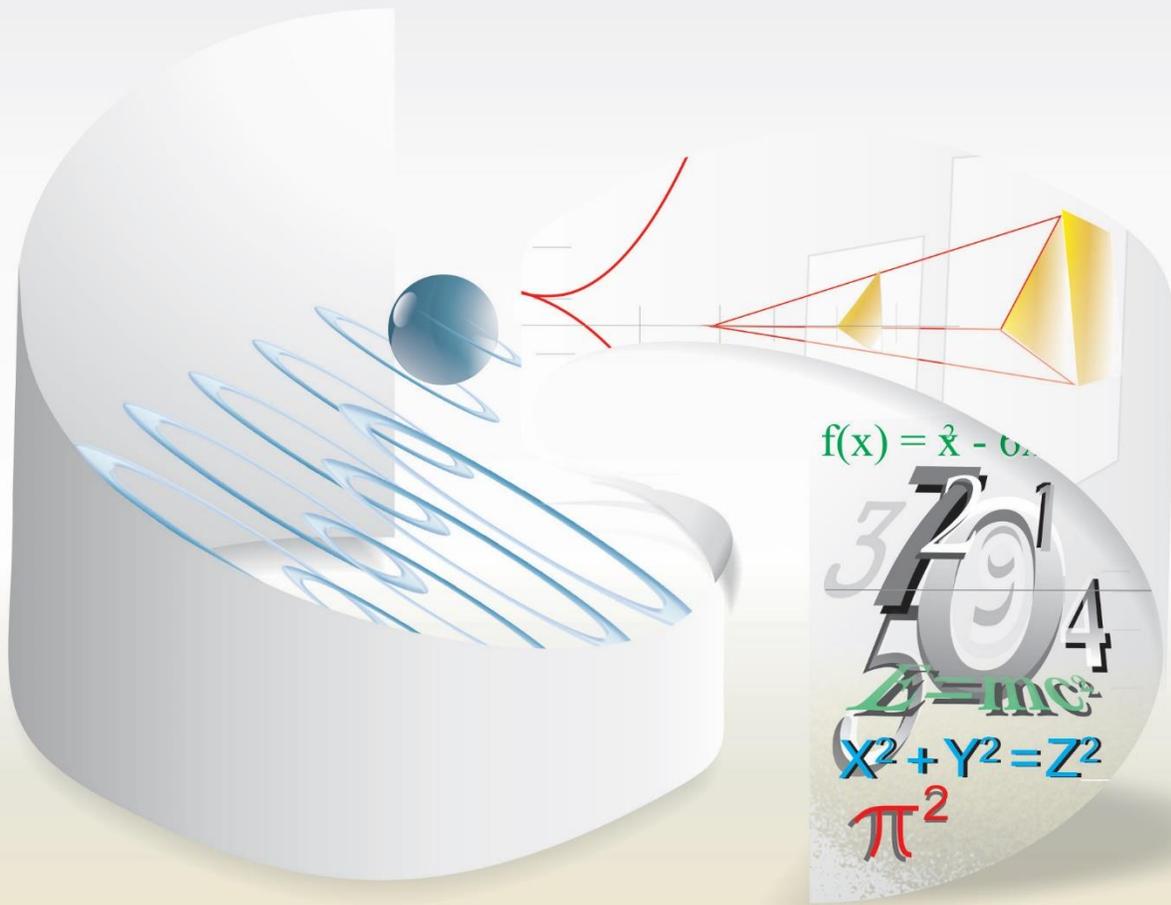


SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR  
COORDINACIÓN SECTORIAL DE DESARROLLO ACADÉMICO

# MANUAL DEL ESTUDIANTE

CURSO PROPEDÉUTICO  
Ciclo Escolar 2017●2018

COMPETENCIA  
MATEMÁTICA



## **Evaluación diagnóstica del ingreso al bachillerato**

---

**Ciclo escolar 2017-2018**

Directorio

**Mtro. Aurelio Nuño Mayer**

Secretario de Educación Pública

**Dr. Rodolfo Tuirán Gutiérrez**

Subsecretario de Educación Media Superior

**Mtro. Daniel Hernández Franco**

Coordinador Sectorial de Desarrollo Académico

**Ing. Ramón Zamanillo Pérez**

Director General de Educación en Ciencia y Tecnología del Mar

**Dr. César Turrent Fernández**

Director General de Educación Tecnológica Agropecuaria

**M. en C. Carlos Alfonso Morán Moguel**

Director General de Educación Tecnológica Industrial

**Mtro. Carlos Enrique Santos Ancira**

Director General del Bachillerato

**Dra. Sylvia Beatriz Ortega Salazar**

Directora General del Colegio de Bachilleres

**M. en C. Enrique Gerardo Macedo Ortiz**

Coordinador de Organismos Descentralizados de los CECYTE

## CONTENIDO

<b>Presentación</b>	<b>5</b>
<b>Propósito</b>	<b>7</b>
<b>Papel del estudiante</b>	<b>7</b>
<b>Papel del docente</b>	<b>7</b>
<b>Descripción del manual del estudiante “Competencia Matemática”.</b>	<b>8</b>
<b>Guía de uso</b>	<b>9</b>
<b>Iconografía</b>	<b>9</b>
<b>Sesión No. 1</b>	<b>11</b>
<b>Sesión No. 2</b>	<b>22</b>
<b>Sesión No. 3</b>	<b>35</b>
<b>Sesión No. 4</b>	<b>46</b>
<b>Sesión No. 5</b>	<b>57</b>
<b>Sesión No. 6</b>	<b>62</b>
<b>Sesión No. 7</b>	<b>73</b>
<b>Sesión No. 8</b>	<b>83</b>
<b>Sesión No. 9</b>	<b>91</b>

## Presentación

La *Evaluación diagnóstica del ingreso al bachillerato 2017-2018*, está destinada a evaluar el nivel de la competencia lectora y matemática que han alcanzado los estudiantes en su educación básica y que ingresan a la educación media superior. Brinda información del estudiante, respecto a su capacidad para formular y resolver problemas, en distintos contextos, con procedimientos, herramientas y conceptos matemáticos, y también diagnosticar si el estudiante tiene la aptitud para obtener, comprender y manejar información, así como interpretar y reflexionar sobre el contenido de un texto.

En este sentido, se propone el curso propedéutico como una estrategia de reforzamiento para aquellos estudiantes que obtengan puntajes que los coloquen como de nivel intermedio y avanzado, y de nivelación para aquellos estudiantes que se colocan como elementales y básicos.

Para lograr este cometido, se ha estructurado un manual para el docente y uno para el estudiante, integrados con estrategias de enseñanza y de aprendizaje, destinadas a desarrollar en el estudiante la competencia matemática y lectora.

Respecto a la competencia matemática, se desarrollarán las 16 habilidades específicas, por medio de diferentes estrategias de aprendizaje que planteará el docente a cargo del curso, como por ejemplo: estrategia de aprendizaje basada en problemas contextualizados en lo personal, educativo, social y laboral, investigación, técnicas de concentración, animación, trabajo en equipo colaborativo, estrategias de evaluación y técnicas destinadas para que el estudiante conozca y profundice sobre los contenidos que se requieren en cada habilidad.

En la competencia lectora se reforzarán 10 habilidades específicas, por medio de estrategias basadas en problemas, de evaluación y la lectura de textos de carácter personal, educativo, social y laboral, entre otras estrategias de aprendizaje.

## COMPETENCIA MATEMÁTICA

### Habilidades específicas

1. Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros.
2. Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.
3. Resuelve problemas que implican calcular el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor.
4. Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.
5. Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa, y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.
6. Resuelve problemas aditivos que impliquen hacer cálculos con expresiones algebraicas.
7. Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.
8. Resuelve problemas que implican expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión.
9. Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.

10. Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.
11. Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.
12. Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.
13. Determina la medida de diversos elementos del círculo, como circunferencia, superficie, ángulo inscrito y central, arcos de la circunferencia, sectores y coronas circulares.
14. Aplica el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en la resolución de problemas.
15. Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado de la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación media.
16. Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.

## COMPETENCIA LECTORA

### Habilidades específicas

1. Identifica la estructura de textos.
2. Identifica las ideas centrales y secundarias de un texto.
3. Comprende el contenido de diversos documentos administrativos, para emplearlo en situaciones específicas.
4. Selecciona y registra de manera adecuada las fuentes de consulta, de acuerdo con sus propósitos y temas de interés.
5. Emplea adecuadamente las reglas de puntuación: punto, coma, dos puntos, punto y coma, signos de exclamación, signos de interrogación, apóstrofe y guión.
6. Emplea la lectura como herramienta para seguir aprendiendo y para comprender su entorno.
7. Utiliza la información para ampliar sus conocimientos y formarse un punto de vista propio.
8. Analiza diversas clases de textos.
9. Analiza los mensajes publicitarios para exponer de forma crítica los efectos en los consumidores.
10. Emplea los textos en forma adecuada para obtener información de distintas disciplinas.

## Propósito

### Del estudiante

Fortalecer su competencia matemática y lectora, a través de su participación en las actividades de aprendizaje, motivación, creatividad e innovación.

### Del docente

Planear y ejecutar estrategias de aprendizaje dirigidas a desarrollar y fortalecer la competencia lectora y matemática, consideradas como transversales a toda la formación del bachillerato.

### Papel del estudiante

Se espera que manifieste actitudes como:

- ✓ Participación activa.
- ✓ Iniciativa por aprender.
- ✓ Interés en cada una de las sesiones.
- ✓ Responsabilidad en el cumplimiento de las actividades programadas.
- ✓ Puntualidad.
- ✓ Disposición para el trabajo en equipo.
- ✓ Iniciativa por aprender más.
- ✓ Iniciativa para hablar en público.

### Papel del docente

El docente que participe en el curso propedéutico se espera que sea facilitador del aprendizaje, por lo que es necesario que tenga:

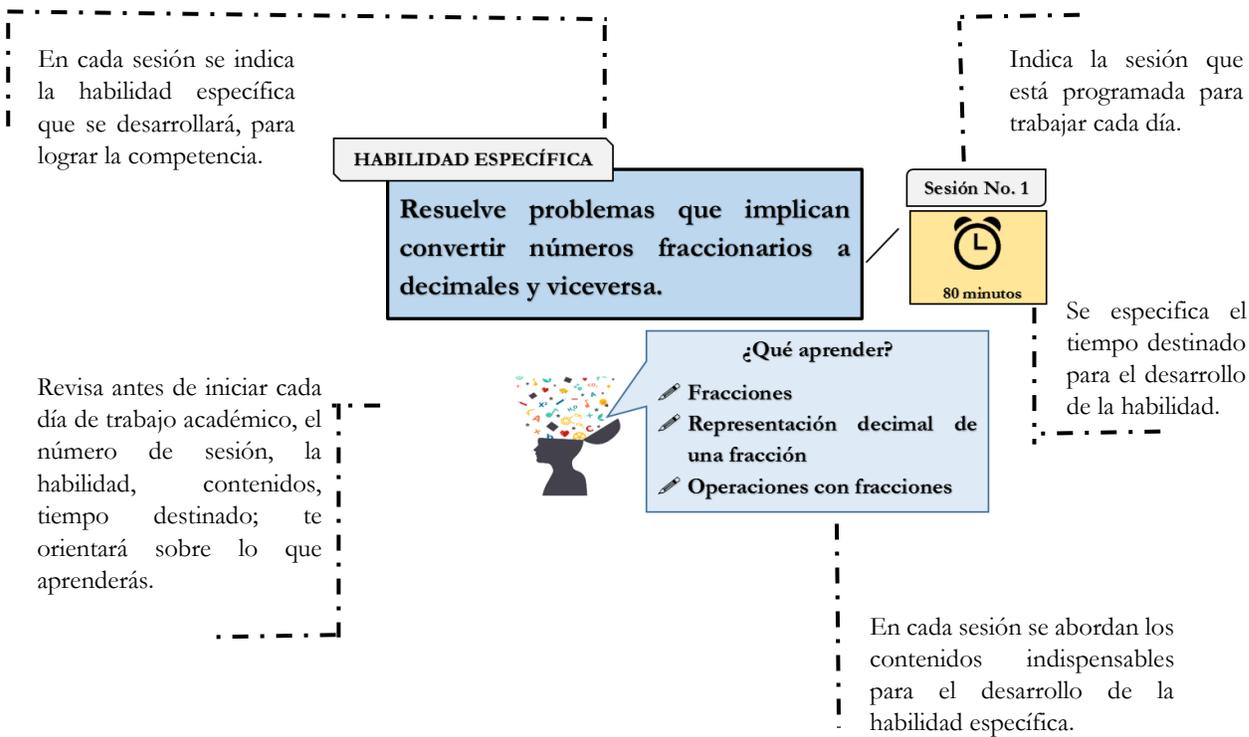
- ✓ Conocimiento del área en que trabajará.
- ✓ Dominio de una dinámica grupal.
- ✓ Sensibilidad para identificar necesidades de atención en los participantes.
- ✓ Manejo de estrategias de trabajo frente a grupo.
- ✓ Sentido de responsabilidad.
- ✓ Capacidad de motivar.
- ✓ Habilidades para motivar a un grupo de estudiantes de bachillerato.
- ✓ Además de actitudes personales como: responsabilidad, respeto, tolerancia e iniciativa.

### Descripción del manual del estudiante “Competencia matemática”.

El manual es un apoyo didáctico, que proporciona al estudiante los elementos necesarios para desarrollar la competencia matemática dentro del curso. Está estructurado de nueve sesiones de 150 minutos, en cada sesión se desarrolla una o dos habilidades específicas por día, con sus respectivos contenidos, estrategias y actividades de aprendizaje.

Sesión	Habilidad específica	Tiempo
1	Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.	80
	Resuelve problemas que implican calcular el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor.	70
2	Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros.	75
	Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.	75
3	Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa, y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.	70
	Determina la medida de diversos elementos del círculo, como circunferencia, superficie, ángulo inscrito y central, arcos de la circunferencia, sectores y coronas circulares.	80
4	Resuelve problemas que implican expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión.	60
	Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.	90
5	Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.	150
6	Aplica el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en la resolución de problemas.	150
7	Resuelve problemas aditivos que impliquen hacer cálculos con expresiones algebraicas.	80
	Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.	70
8	Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.	150
	Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.	
9	Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado de la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación media.	80
	Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.	70

## Guía de uso



## Iconografía

	<p><b>¿Qué aprender?</b> Indica los contenidos que necesitas dominar y que tendrás que trabajar para desarrollar o reforzar la habilidad específica.</p>
	<p><b>Tiempo</b> Indica los minutos destinados para desarrollar o fortalecer las habilidades específicas de cada competencia.</p>
	<p><b>Comunidad de aprendizaje</b> Se presenta cuando se requiere que trabajes en equipo colaborativo; en donde interactuarás con otros compañeros al compartir tus resultados, elaborar propuestas, realizar tareas y compartir ideas.</p>

	<p><b>Para saber más</b> Indica información que puedes consultar, revisar o analizar para realizar las actividades que se te soliciten. Puede estar integrada de información que te es conocida, pero que no recuerdas, y que fue abordada en secundaria. Se te proporciona, para que recuerdes o refuerces tus conocimientos.</p>
	<p><b>Evaluación</b> Este ícono representa el momento en que te autoevalúas, realizar coevaluación o te aplica heteroevaluación, sobre el avance que has logrado. Cabe mencionar que la evaluación, permea a todo el proceso de aprendizaje, no es exclusiva para un momento.</p>
	<p><b>Para aprender más</b> Son recomendaciones de fuentes de información, en donde encontrarás actividades de aprendizaje, para que profundices en los contenidos de manera independiente, que fortalecen tu competencia lectora.</p>

**Recomendaciones:**

- ✓ Revise el manual, antes de cada sesión.
- ✓ Verifique la programación.
- ✓ Verifica qué materiales requieres para cada sesión.
- ✓ Ten a la mano el manual.
- ✓ Respeta los tiempos.
- ✓ Muestra actitud positiva, en cada sesión.
- ✓ Participa de forma respetuosa en cada actividad de aprendizaje.
- ✓ Pregunta a tu profesor, si tienes dudas.
- ✓ Sigue las indicaciones del profesor.

¡Adelante y éxito!

Iniciamos



**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.**

**Sesión No. 1**



**80 minutos**



**¿Qué aprender?**

-  **Fracciones**
-  **Representación decimal de una fracción**
-  **Operaciones con fracciones**

**I. Atiende las indicaciones del profesor.**

**II. Contesta las siguientes preguntas y realiza las operaciones.**

1. ¿Puede un número ser representado de diferentes formas? ¿Cómo cuáles?

---

---

2. Escribe un ejemplo.

---

---

3. ¿Qué prefieres, operaciones con números fraccionarios, o con números en notación decimal? ¿Por qué?

---

---

4. Resuelve las siguientes operaciones sin usar calculadora o celular:

$$2.655 \times 1.6 =$$

$$\frac{8}{5} \times \frac{7}{8} =$$

5. ¿Qué operación te resultó más fácil de realizar? ¿Por qué?

---



---

6. Acomoda los elementos de la división y de la fracción en el lugar correspondiente.

Divisor, Dividendo, Residuo, Cociente, Numerador y Denominador.

DIVISIÓN



FRACCIÓN



**III. Realiza la lectura guiada del tercer capítulo del libro *El hombre que calculaba*, de Malba Tahan\* y contesta las preguntas.**

### CAPÍTULO 3

Singular aventura acerca de 35 camellos que debían ser repartidos entre tres árabes. Beremís Samir efectúa una división que parecía imposible, conformando plenamente a los tres querellantes. La ganancia inesperada que obtuvimos con la transacción.

Hacia pocas horas que viajábamos sin interrupción, cuando nos ocurrió una aventura digna de ser referida, en la cual mi compañero Beremís puso en práctica, con gran talento, sus habilidades de eximio algebrista.

Encontramos, cerca de una antigua posada medio abandonada, tres hombres que discutían acaloradamente al lado de un lote de camellos. Furiosos se gritaban improperios y deseaban plagas:

- ¡No puede ser!

- ¡Esto es un robo!

- ¡No acepto!

El inteligente Beremís trató de informarse de que se trataba.

- Somos hermanos –dijo el más viejo- y recibimos, como herencia, esos 35 camellos. Según la expresa voluntad de nuestro padre, debo yo recibir la mitad, mi hermano Hamed Namir una tercera parte, y Harim, el más joven, una novena parte. No sabemos, sin embargo, cómo dividir de esa manera 35 camellos, y a cada división que uno propone protestan los otros dos, pues la mitad de 35 es 17 y medio. ¿Cómo hallar la tercera parte y la novena parte de 35, si tampoco son exactas las divisiones?

- Es muy simple -respondió el “Hombre que calculaba”-. Me encargaré de hacer con justicia esa división si me permitís que junte a los 35 camellos de la herencia, este hermoso animal que hasta aquí nos trajo en buena hora.

Traté en ese momento de intervenir en la conversación:

- ¡No puedo consentir semejante locura! ¿Cómo podríamos dar término a nuestro viaje si nos quedáramos sin nuestro camello?

- No te preocupes del resultado “Bagdali” –replicó en voz baja Beremís-. Sé muy bien lo que estoy haciendo. Dame tu camello y verás, al fin, a que conclusión quiero llegar.

Fue tal la fe y la seguridad con que me habló, que no dudé más y le entregué mi hermoso “jamal”, que inmediatamente juntó con los 35 camellos que allí estaban para ser repartidos entre los tres herederos.

- Voy, amigos míos –dijo dirigiéndose a los tres hermanos- a hacer una división exacta de los camellos, que ahora son 36.

Y volviéndose al más viejo de los hermanos, así le habló:

- Debías recibir, amigo mío, la mitad de 35, o sea 17 y medio. Recibirás en cambio la mitad de 36, o sea, 18. Nada tienes que reclamar, pues es bien claro que sales ganando con esta división.

Dirigiéndose al segundo heredero continuó:

- Tú, Hamed Namir, debías recibir un tercio de 35, o sea, 11 camellos y pico. Vas a recibir un tercio de 36, o sea 12. No podrás protestar, porque también es evidente que ganas en el cambio.

Y dijo, por fin, al más joven:

- A ti, joven Harim Namir, que según voluntad de tu padre debías recibir una novena parte de 35, o sea, 3 camellos y parte de otro, te daré una novena parte de 36, es decir, 4, y tu ganancia será también evidente, por lo cual sólo te resta agradecerme el resultado.

Luego continuó diciendo:

- Por esta ventajosa división que ha favorecido a todos vosotros, tocarán 18 camellos al primero, 12 al segundo y 4 al tercero, lo que da un resultado  $(18 + 12 + 4)$  de 34 camellos. De los 36 camellos sobran, por lo tanto, dos. Uno pertenece, como saben, a mi amigo el “Bagdali” y el otro me toca a mí, por derecho, y por haber resuelto a satisfacción de todos, el difícil problema de la herencia.

- ¡Sois inteligente, extranjero! – exclamó el más viejo de los tres hermanos -. Aceptamos vuestro reparto

en la seguridad de que fue hecho con justicia y equidad.

El astuto Beremís –el “Hombre que calculaba”- tomó luego posesión de uno de los más hermosos “jamales” del grupo y me dijo, entregándome por la rienda el animal que me pertenecía:

- Podrás ahora, amigo, continuar tu viaje en tu manso y seguro camello. Tengo ahora yo, uno solamente para mí.

Y continuamos nuestra jornada hacia Bagdad.

\*Malba Tahan es un pseudónimo del verdadero autor de la obra: Julio César de Mello e Souza (1895-1974).

Tahan M. (1985). *El hombre que calculaba*. Madrid, Europa Ediciones.

1. ¿Quién es Beremís?

---

2. ¿Qué cantidad, en fracción y número decimal, le corresponde al hermano menor?

---

3. ¿Crees que hay un error en la ejecución de las operaciones?

---

4. ¿Cuántos camellos se sumaron al reparto?

---

**IV. Explica cómo el Hombre que calculaba salió beneficiado en el reparto de la herencia, y justifica tu respuesta con operaciones aritméticas, con fracciones y/o números decimales (sin usar calculadora o celular).**

1. Para guiar tu explicación, primero completa el siguiente cuadro QQQ.

¿Qué sé, y me ayuda a dar mi explicación?	¿Qué no sé, para justificarla?	¿Qué necesito saber, para explicar y justificar?



Revisa la siguiente información, te permitirá explicar y justificar las respuestas.

### Operaciones con fracciones

#### Suma

Cuando se tiene un mismo denominador común.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Cuando no se tiene un mismo denominador común.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{\frac{mcm(bd)}{b} \times a + \frac{mcm(bd)}{d} \times c}{mcm(bd)}$$

#### Multiplicación

Directo

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

#### División

Cruzado

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

### Conversión de números decimales a fraccionarios

De modo general, para un número no periódico o infinito, multiplicamos por  $10^a$ , con  $a$  el número de decimales de dicho número y dividimos entre  $10^a$ ; después se simplifica la fracción.

Ejemplo:

Para el número 2.25

Número de decimales  $a = 2$

$$\text{Entonces } 2.25 = \frac{2.25 \times 10^2}{10^2} = \frac{225}{100} = \frac{9}{4}$$

2. Explicación:

---



---



---

3. Justificación:

---



---



---



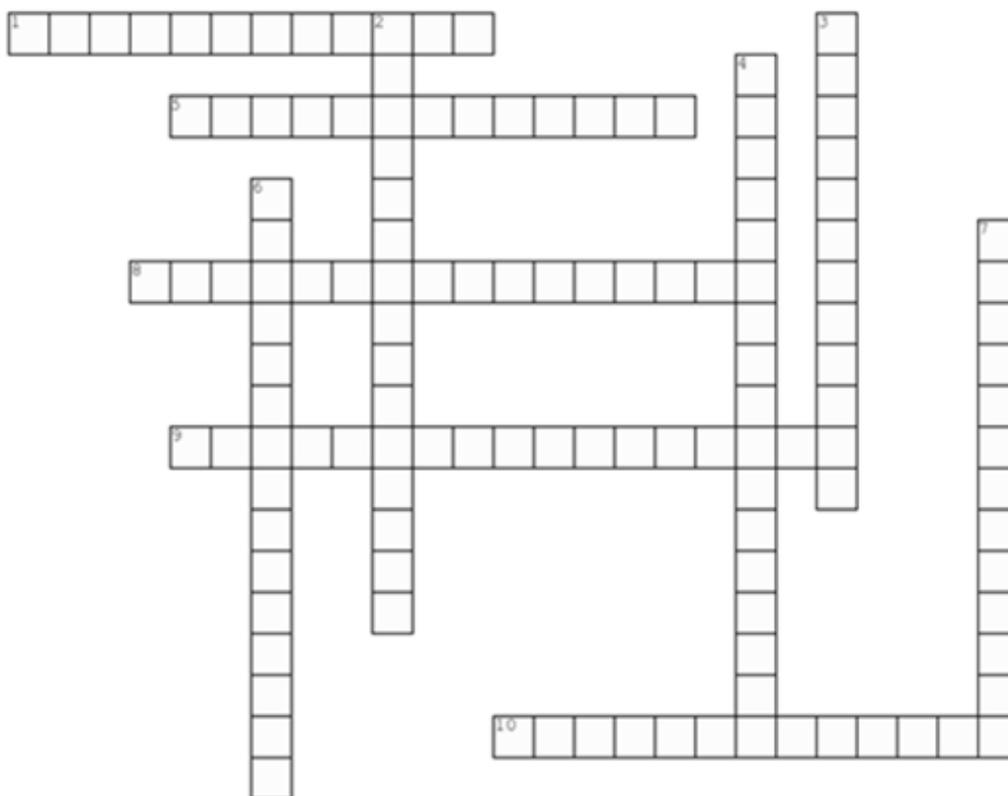
V. Intégrate en un equipo de cinco alumnos, participa leyendo tu explicación y justificación sobre la lectura, presta atención a tus compañeros, establece acuerdos y llega en equipo, a una única conclusión.

VI. Atiende las indicaciones del docente para resolver el crucigrama.

## Números fraccionarios y decimales

Instrucciones: para llenar el crucigrama se deberá convertir una fracción a un número con cifra decimal o viceversa; y tomar en cuenta que hay una infinidad de fracciones equivalentes pero la fracción "solución" es la máxima reducción. Guiarse por el número de enunciado y la columna o fila correspondiente.

Nota. En el crucigrama no se escribirán fracciones mixtas. Ánimo y adelante.



Created with TheTeachersCorner.net [Crossword Puzzle Generator](http://www.theteacherscorner.net/CrosswordPuzzleGenerator/)

### Horizontal

1. uno punto dos
5. siete punto cinco
8. tres cuartos menos un cuarto
9. once medios
10. uno punto ciento veinticinco

### Vertical

2. diecinueve quintos
3. cero punto setenta y cinco
4. veinticuatro quintos
6. tres cuartos más tres cuartos
7. cero punto ochocientos setenta y cinco



**Para desarrollar tu habilidad, te invitamos a resolver los ejercicios sobre operaciones con fracciones, de los siguientes sitios web:**

 <https://www.thatquiz.org/es-3/matematicas/fraccion/>

Hasta que logres resolver diez ejercicios correctamente.

 <https://es.khanacademy.org/math/cc-eighth-grade-math/cc-8th-numbers-operations/cc-8th-repeating-decimals/e/writing-fractions-as-repeating-decimals>

Hasta que logres resolver diez ejercicios, correctamente.

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Resuelve problemas que implican calcular el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor.**

Sesión No. 1



70 minutos

**¿Qué aprender?**



- Mínimo común múltiplo (mcm)
- Máximo común divisor (mcd)

**I. Atiende las indicaciones del maestro.**



Todo número entero siempre tiene al menos dos divisores: el 1 y él mismo. Los números que únicamente tienen como divisores el 1 y él mismo se llama números primos.

1, 2, 3, 5, 7, 11...

**II. Realiza las siguientes actividades:**

1. Supón que ahora tienes una segunda embarcación, con 42 pasajeros.

¿En qué números se pueden agrupar los pasajeros en lanchas, sin que haya ahogados?

---



---

2. Haz una lista, en orden ascendente de los divisores comunes de 36 y de 42.

**III. Resuelve los siguientes ejercicios:**

1. Determina los primeros 12 múltiplos de 3, de 4 y de 6, y ordénalos de forma ascendente.
2. Escribe los múltiplos comunes de cada par de números.
  - a) Lista de múltiplos comunes de 3 y 4.
  - b) Lista de múltiplos comunes de 4 y 6.
  - c) Lista de múltiplos comunes de 3 y 6.

**IV. Lee y resuelve los siguientes problemas:**

1. Se quiere partir un pastel de 60 cm. de ancho por 48 cm. de largo, en cuadrados, lo más grandes posible, de la misma medida.

¿De cuántos cm de lado deberán ser las porciones?

2. La familia de Juan es muy unida: visitan a los abuelos constantemente, de la siguiente forma: sus papás, cada 15 días, sus hermanos cada 30 días, y él y sus hijos cada 20 días. Ya quedaron en que la próxima vez que coincidan, harán una fiesta.

¿En cuánto tiempo ocurrirá esto?

**V. Contesta las siguientes preguntas, antes de resolver los problemas.**

¿Qué propones hacer?

---

---

¿Qué sé, y me ayuda a resolver los problemas?

---

---

¿Qué no sé para resolver los problemas? ¿Qué necesito saber?

---

---

¿Recuerdas un procedimiento para calcular el mcm y el mcd? ¿Cuál es?

---

---

## Método de descomposición en factores primos que permite el cálculo del mcd y del mcm

Ejemplo: Hallar el mcd y mcm de los números 36 y 42.

1. Hallar su descomposición en factores primos. Para ello, se escribe cada uno de los números seguido de una línea vertical.
2. Dividir el número entre sus divisores primos, seleccionar los divisores primos de menor a mayor y escribir cada uno de ellos del lado derecho de la línea:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$



3. Para encontrar el mcm (36, 42), se multiplican todos los factores de uno de los números, y el resultado se multiplica por todos los factores “no repetidos” del otro número:

$$\text{mcm}(36, 42) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 252$$

4. Para encontrar el mcd (36, 42), se multiplican los factores repetidos:

$$\text{mcd}(36, 42) = 2 \times 3 = 6$$

**VI. Soluciona los dos problemas de forma individual. Si tienes alguna duda, dirígete al profesor.**



**VII. Intégrate a un equipo de seis alumnos, para comparar, argumentar y llegar a una solución, acerca de los dos problemas. Cuando concluyan, expongan sus argumentos y la justificación de sus soluciones.**

En esta sesión aprendiste el concepto de mínimo común múltiplo entre por lo menos dos números enteros; esto es, las tablas de un número que nos enseñaron en primaria corresponden a los múltiplos de un número. Si entre dos tablas de dos números distintos identificamos los productos en común, estos números infinitos corresponden a los múltiplos en común y el menor de ellos es el mcm.

Por otra parte, en la actividad del “barco se hunde” vimos la utilidad del máximo común divisor, ante la necesidad de llenar las lanchas completamente el número de pasajeros permitido, con la posibilidad de que haya otro barco que se hunde y tener lanchas con la misma capacidad.



**VIII. Realiza las siguientes actividades:**

1. Explica cómo obtener el mcm y mcd:

---



---

2. Realiza los cálculos del mcm (18, 28) y mcd (18, 28).

**IX. Atiende las indicaciones del profesor.**



Para reforzar tu habilidad realiza los ejercicios sobre mcm y mcd, de los sitios:

- [http://www.sectormatematica.cl/basica/santillana/max\\_y\\_min.pdf](http://www.sectormatematica.cl/basica/santillana/max_y_min.pdf)
- <http://www.ematematicas.net/mcdmcm.php?a=1>

**Para la siguiente sesión necesitas traer: un pedazo de cartón (una cara de una caja de zapatos), tijeras, regla, compás, plumón y un trozo de hilo de costura (1 metro).**

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices, en triángulos y cuadriláteros.**

**Sesión No. 2**



**75 minutos**



**¿Qué aprender?**

- Representación gráfica de diferentes figuras.
- Rectas y puntos notables, en el triángulo.

**I. Atiende las indicaciones del profesor.**

**II. Contesta las siguientes preguntas:**

1. ¿Cómo son las rectas perpendiculares?

---

---

2. ¿Qué es el punto medio de un segmento de recta?

---

---

3. ¿Cómo se llama la recta que divide a un ángulo a la mitad?

---

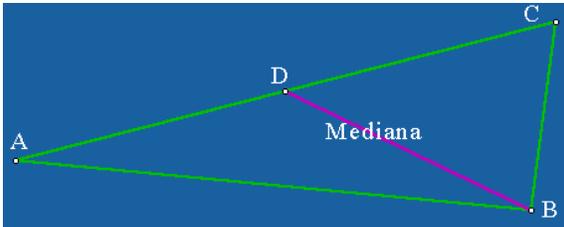
---

Revisa la siguiente lectura e identifica las diferencias de las rectas y puntos notables en el triángulo.

## Rectas y puntos notables en el triángulo

Recuerda que el punto medio de un segmento de recta cuyos extremos son A y B es aquél que está a la misma distancia de A y B.

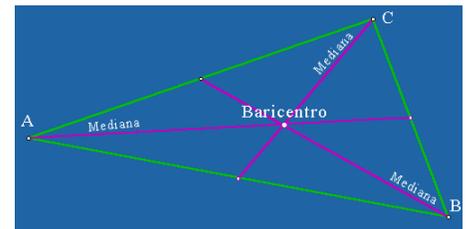
### Medianas y baricentro



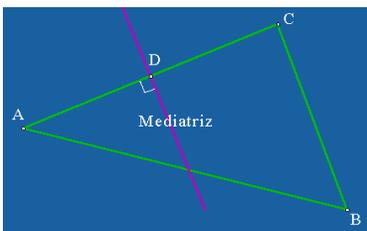
La **mediana** es un segmento de recta trazado desde un vértice de un triángulo hasta el punto medio de su lado opuesto.

A la izquierda mostramos un triángulo cuyos vértices son A, B y C. Si D es el punto medio del lado AC, entonces el segmento que une vértice B con el punto D será una mediana.

En un triángulo habrá tres medianas, una para cada vértice. Lo interesante es que las tres medianas se intersectan en un punto llamado **baricentro**.



### Mediatrices y circuncentro

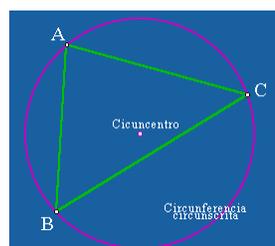


La recta que es perpendicular a un lado del triángulo en su punto medio se llama **mediatriz**.

A continuación mostramos un triángulo cuyos vértices son A, B y C. Si D es el punto medio del lado AC, entonces la recta perpendicular a AC que pasa por el punto D será una mediatriz.

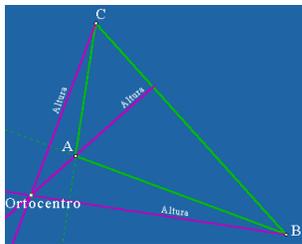
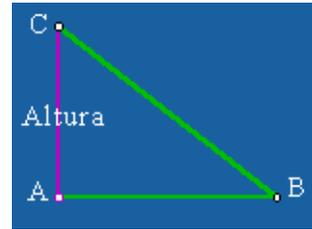
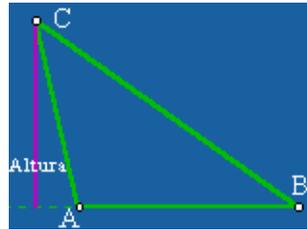
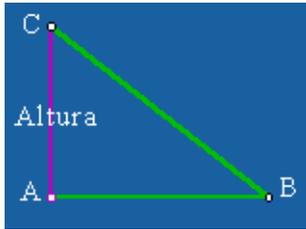
También habrá tres mediatrices por triángulo y estas tres mediatrices se intersectan en un punto llamado **circuncentro**.

El nombre de **circuncentro** se debe a que este punto es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo, es decir, de la circunferencia que pasa por los tres vértices.



### Alturas y ortocentro

La **altura** es un segmento de recta perpendicular a un lado, o su prolongación, que pasa por el vértice opuesto al lado.



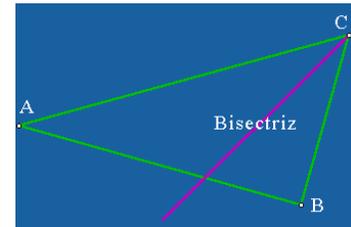
Fíjate que la altura no siempre intersecta al lado del triángulo. Por supuesto que aquí también hay una altura para cada lado del triángulo. También las alturas se intersectan en un punto llamado **ortocentro**.

Las alturas no se intersectan dentro del triángulo: entonces, hay que prolongarlas para ver el punto de intersección.

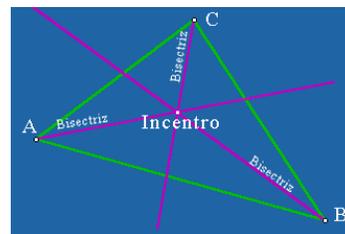
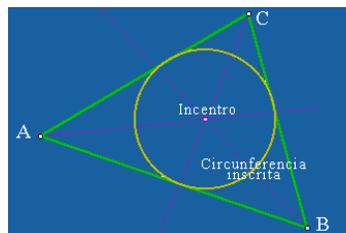
### Bisectrices e incentro

La **bisectriz** es la recta que corta un ángulo exactamente a la mitad. En el caso de un triángulo, la bisectriz corta a la mitad un ángulo interior.

Nuevamente, aquí habrá tres bisectrices que se intersectarán en un punto llamado **incentro**.



El **incentro** es llamado así porque es el centro de una circunferencia inscrita al triángulo; esta circunferencia tiene a los lados del triángulo como tangentes.



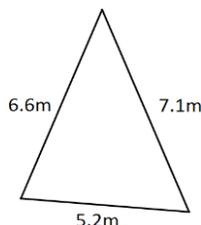
<http://dinamica1.fcienas.unam.mx/Preparatoria8/triangulo/mediatri.html>. Recuperado 14 junio de 2017

### III. Lee los siguientes problemas:

1. En un jardín público de forma triangular se desea colocar la estatua de un personaje célebre de la Revolución Mexicana, de tal forma que se encuentre igual de alejada de cada orilla del jardín. ¿En qué punto de intersección se ubicará la estatua?

- En el mismo jardín, además, se desea colocar un faro de luz, de tal forma que su luz se aproveche al máximo, es decir, que el faro se encuentre igual de alejado de cada esquina del jardín. ¿Qué punto de intersección determinará la posición del faro?
- ¿Qué rectas notables se utilizaron para ubicar los puntos de intersección?

Representación del jardín (plano) es el siguiente triángulo, en el cual harán los trazos.



**IV. Antes de solucionar los problemas, contesta las siguientes preguntas:**

- ¿A qué figuras geométricas se refiere el problema?

---



---

- ¿Qué trazos de rectas se necesitan para ubicar la estatua?

---



---

- ¿Qué trazos de rectas se necesitan para ubicar el faro?

---



---

- ¿Qué es lo primero que harás?

---



---

**V. Resuelve de manera individual el problema, si tienes alguna duda, solicita el apoyo del profesor.**



**VI. Intégrate en equipo de cinco alumnos, compara tus resultados y explica el procedimiento que utilizaste para ubicar los objetos en el jardín.**

**VII. Realiza en equipo el siguiente “adorno triangular”, para ello, sigue las instrucciones:**

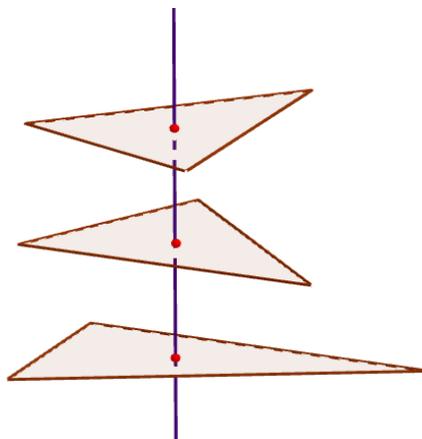


Materiales:

- ✓ 2 o 3 trozos de cartón
- ✓ Tijeras
- ✓ Regla
- ✓ Plumín
- ✓ Lápiz afilado
- ✓ Trozo de hilo

Instrucciones:

1. Recorten tres triángulos de cartón.
2. Tracen las tres rectas medianas en cada uno de los triángulos de cartón (usa un plumón).
3. Ubiquen el baricentro (centro de gravedad) en cada triángulo.
4. Perforen cada triángulo con la punta de un lápiz afilado, sobre el baricentro.
5. Hagan un nudo en el hilo (más grande que las perforaciones), pasa el cabo del hilo contrario por el orificio de uno de los triángulos.
6. Repite el paso 5 con los otros triángulos (ver figura).
7. Al suspender el adorno, los tres triángulos deberán permanecer equilibrados.



**Presenten su adorno, comparen con los demás equipos y verifiquen si cumple con el centro de gravedad.**

**VII. Atiende las indicaciones del profesor.**



**VIII. Responde las siguientes preguntas:**

1. ¿Qué trazo te fue más complicado? ¿Por qué?

---

---

2. ¿Qué trazo te permite determinar el centro de una circunferencia que toque los tres vértices de un triángulo?

---

---

3. ¿Qué trazo te permite determinar el centro de una circunferencia que toque los tres lados de un triángulo?

---

---



**Para reforzar tus conocimientos sobre los temas abordados, revisa los videos que se encuentran en las URL**

<https://www.youtube.com/watch?v=MAQq5cK-j4s>

<https://www.youtube.com/watch?v=OnuaOQDEuhU>

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Calcula cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas de perímetro, área y volumen.**

Sesión No. 2



75 minutos

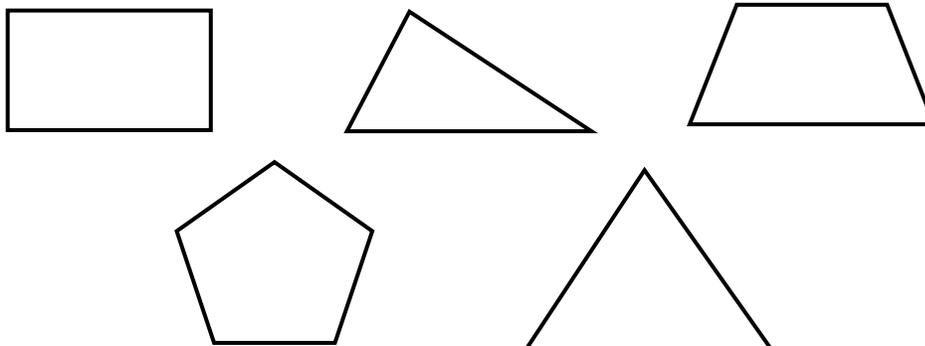


**¿Qué aprender?**

Fórmulas de  
perímetros, áreas y  
volúmenes)

I. Atiende las indicaciones del profesor.

II. Marca el contorno con un color y con otro pinta la región interna.



**III. Contesta las siguientes preguntas:**

1. ¿Qué representa el contorno de las figuras anteriores?

- a. Perímetro                      b. Área

2. ¿Cuál de las siguientes unidades le corresponde a la región interna de las figuras anteriores?

- a. cm                                  b.  $\text{cm}^2$

3. ¿Cuál es la diferencia entre perímetro y área?

---

---

---

**IV. Resuelve las siguientes operaciones aritméticas, sin utilizar calculadora o celular.**

a.  $2+4(3)=$

b.  $4^2=$

c. Sustituye los valores  $a = 2$     $m = 10$     $o = 5$     $r = 5$ , en la siguiente fórmula, y resuelve.

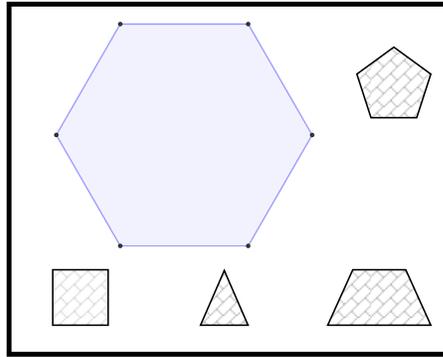
$$A = a + \frac{m}{o} \times r =$$

**V. Lee el siguiente problema, observa las figuras geométricas y contesta la pregunta.**

“La fiesta geométrica”

En un parque se va a construir una alberca rodeada por una zona de descanso, con cuatro mesas de diferente forma.

Anota el nombre de las siguientes figuras geométricas:



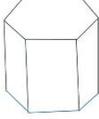
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

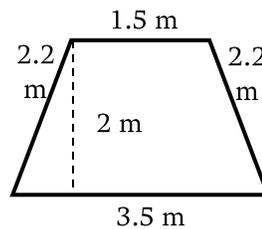


Figura geométrica	Perímetro	Área
	$P=4 \times a$	$A=a^2$
	$P=a+b+c$	$A=\frac{b \times h}{2}$
	$P=n \times L$	$A=\frac{P \times ap}{2}$
	$P=2a+2b$	$A=a \times b$
	$P=B+b+a+c$	$A=\frac{h(B+b)}{2}$

Volumen de cuerpos de superficies planas

	$V = \text{área de la base} \times h$	$V = \left( \frac{P \times ap}{2} \right) h$
---	---------------------------------------	--

Ejemplo:



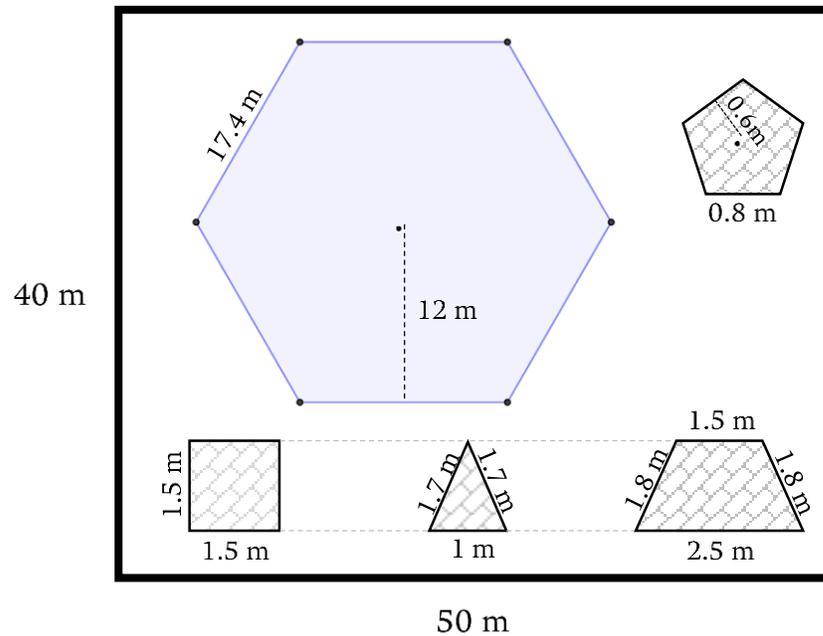
Perímetro	Área
$P = B + b + a + c$ $P = 3.5 + 1.5 + 2.2 + 2.2$ $P = 9.4 \text{ m}$	$A = \frac{h (B + b)}{2}$ $A = \frac{2 (3.5 + 1.5)}{2}$ $A = \frac{2 (5)}{2}$ $A = \frac{10}{2}$ $A = 5 \text{ m}^2$

VI. Lee el siguiente problema.

“Adornando la fiesta”

La Mamá de Víctor le va a celebrar su cumpleaños en el parque de su localidad y te contrata para adornar las mesas, con las siguientes características:

Cada mesa deberá tener un mantel de color azul cielo y un listón, alrededor, de color azul marino.



¿Cuántos metros de listón necesitas comprar para el adorno de las mesas, sin que haya desperdicio?

¿Cuántos metros de tela necesitas para que los manteles se ajusten perfectamente a la superficie?

**VII. Antes de resolver el problema, contesta las siguientes preguntas.**

1. ¿Sabes la fórmula para calcular la cantidad de listón para la mesa de forma triangular?

a) Sí                      b) No                      ¿Cuál es? \_\_\_\_\_

2. La fórmula  $A=a^2$  te permite calcular la cantidad de tela que necesitas para la mesa de forma:

a. Cuadrada                      b. Triangular                      c. Pentagonal

**VIII. Con los conocimientos que tienes hasta este momento, resuelve el problema, individualmente y registra los resultados en las siguientes tablas.**

¿Cuántos metros de listón necesitas comprar para el adorno de las mesas, sin que haya desperdicio?

Cuadrado	Triángulo	Polígono regular	Trapecio

Metros de listón necesarios \_\_\_\_\_

¿Cuántos metros de tela necesitas para que los manteles se ajusten perfectamente a la superficie?

Cuadrado	Triángulo	Polígono Regular	Trapecio

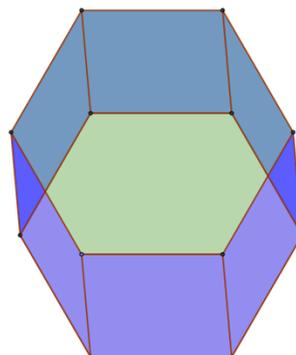
Metros de tela necesarios \_\_\_\_\_



**IX. Intégrate en un equipo de ocho alumnos, contesta las preguntas, haz los cálculos que se piden, establece acuerdos con tus compañeros y llega, por equipo, a una solución.**

Problema “Todos a la alberca”

La alberca tiene una profundidad de 1.5 metros,  $L=17.4$  m y  $ap= 12$  m



1. ¿Qué polígono regular se forma en la base de la alberca, y cuántos lados tiene?

Polígono:		Número de Lados:	
-----------	--	------------------	--

2. ¿Cuál es la fórmula para calcular el volumen de la alberca?

A)  $V = \left(\frac{P \times ap}{2}\right) h$     B)  $V = a \times b \times c$     C)  $V = a^3$

3. ¿Qué unidad de medida debe tener el resultado del cálculo del volumen, y por qué?

---



---

4. Calcula el volumen de la alberca e incluye el procedimiento.



**Para profundizar en los contenidos abordados y ejercitar tu habilidad, visita los siguientes enlaces:**

- 
 khanacademy. Área y perímetro. (2017).  
<https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-area-and-perimeter>
- 
 khanacademy. El volumen y el área de la superficie. (2017).  
<https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-volume-sa>
- 
 GeoGebra. Relación de figuras geométricas con sus fórmulas. (2016).  
<https://www.geogebra.org/m/c9WBRXyS>

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.**

Sesión No. 3



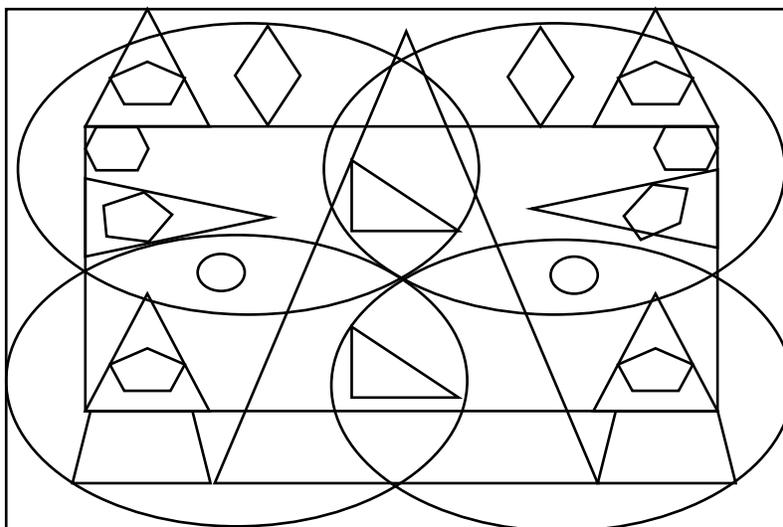
70 minutos



**¿Qué aprender?**

-  **Construir círculos**
-  **Construir polígonos regulares**
-  **Puntos notables de polígonos regulares**
-  **Rectas notables de polígonos regulares**

I. Atiende las indicaciones del profesor.



II. Llena la primera columna del cuadro, de acuerdo a la pregunta.

Respuesta anterior	Pregunta	Respuesta posterior
	¿Qué es un polígono?	
	¿Qué polígonos se observan en la figura que iluminaste?	
	¿A qué clasificación corresponden?	
	¿Cuáles son los puntos notables de un polígono?	
	¿Cuáles son las rectas notables de un polígono regular?	
	¿Cuál es el procedimiento para trazar polígonos regulares?	

Para realizar este trabajo, se requiere trazar un dodecaedro de 12 cm de radio, con el trazo de todas sus diagonales, ¿cuál es el procedimiento para construirlo?



III. Revisa la siguiente información, antes de trazar la figura.

**Polígono**

Un polígono es una figura geométrica plana limitada por un número finito de líneas rectas conectadas, que forman una figura cerrada.

**Clasificación de polígonos**

**Convexo:** todos sus ángulos interiores tienen menos de  $180^\circ$ . Por otro método, será convexo si para cualquier par de puntos del polígono, el segmento que los une está dentro del polígono.

**Cóncavo:** un ángulo interior tiene más de  $180^\circ$ . Al contrario del convexo, en el cóncavo existe un par de puntos en que el segmento que los une queda fuera del polígono.

**Equilátero:** todos sus lados son iguales.

**Equiángulo:** todos sus ángulos son iguales.

**Regular:** todos los lados son iguales.

**Irregular:** tanto sus costados como sus ángulos son desiguales.

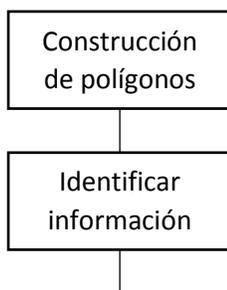
### Elementos

- Lados
- Vértices
  
- Ángulo central  $< c = \frac{360^\circ}{n}$
- Ángulos interiores  $< i = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$
- Ángulos exteriores  $< e = \frac{360^\circ}{n}$
- Circunferencia inscrita
- Circunferencia circunscrita
- Apotema
- Diagonales  $d = \frac{n(n-3)}{2}$

#### IV. Elabora un mapa cognitivo de cadena, donde se representen los pasos para resolver el problema.

El mapa cognitivo de cadena se compone de una serie de recuadros que simulan una cadena continua unida por medio de líneas, donde se coloca la información por jerarquías: del tema de mayor relevancia al menor, los contenidos se clasifican de manera decreciente; se colocan elipses que emergen de los recuadros para anotar una referencia o característica. (Herminio, 2005)

Por ejemplo:





**V. Atiende las indicaciones del profesor e intégrate en un equipo de trabajo de cinco alumnos.**

**VI. Tracen un polígono dodecaedro de 12 cm de radio, con el siguiente procedimiento:**

1. Traza una circunferencia con el radio indicado.  $\angle c = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$
2. Calcula el ángulo central.
3. Ubica los vértices en la circunferencia, utilizando transportador y compás.
4. Traza los lados (unión de vértices).
5. Calcula el número de diagonales  $d = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{12(12-3)}{2} = 54$
6. Traza las diagonales.

**VII. Presenten la figura que trazaron, compartan sus resultados y su experiencia.**



**VIII. Utiliza el cuadro realizado en la fase de apertura y completa la columna Respuesta posterior.**

Respuesta anterior	Pregunta	Respuesta posterior
	¿Qué es un polígono?	
	¿Qué polígonos se observan en la figura que iluminaste?	
	¿A qué clasificación corresponden?	
	¿Cuáles son los puntos notables de un polígono?	
	¿Cuáles son las rectas notables de un polígono regular?	
	¿Cuál es el procedimiento para trazar polígonos regulares?	



Para reforzar los conocimientos abordados, revisa los siguientes sitios.

 <http://www.universoformulas.com/maticas/geometria/poligono/>  
Definición de polígonos.

 [https://es.wikibooks.org/wiki/Geometr%C3%ADa\\_Plana/Pol%C3%ADgonos/Elementos\\_de\\_un\\_pol%C3%ADgono](https://es.wikibooks.org/wiki/Geometr%C3%ADa_Plana/Pol%C3%ADgonos/Elementos_de_un_pol%C3%ADgono)  
Elementos de polígonos.

 <http://www.dibujotecnico.com/construccion-de-poligonos-regulares-dada-la-circunferencia-circunscrita/>  
Trazo de polígonos regulares.

Para reforzar la habilidad resolver los problemas:

 <https://drive.google.com/open?id=0B4hKoIuJs708TURsZlk5MGNjR1U>

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

Determina la medida de diversos elementos del círculo, como circunferencia, superficie, ángulo inscrito y central, arcos de la circunferencia, sectores y coronas circulares.

Sesión No. 3



80 minutos



**¿Qué aprender?**

-  Ángulo central
-  Ángulo inscrito
-  Circunferencia
-  Superficie de círculo
-  Arco de circunferencia
-  Sector circular
-  Corona circular

I. Atiende las indicaciones del profesor.

II. Algunas palabras clave que se abordarán, y alguna de sus aplicaciones en la vida cotidiana:

Sector circular,  
Corona circular

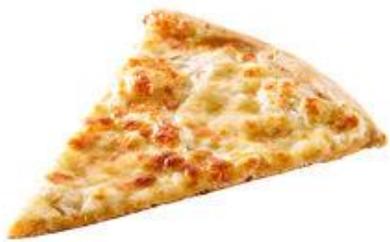
Circunferencia  
Arco

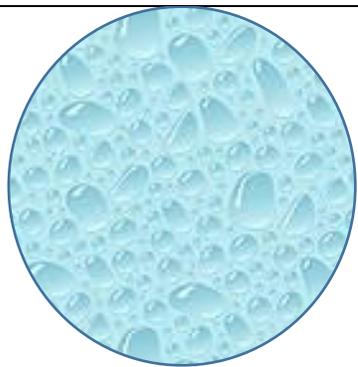
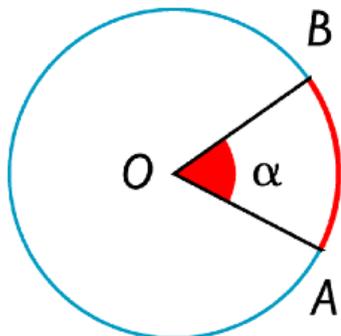
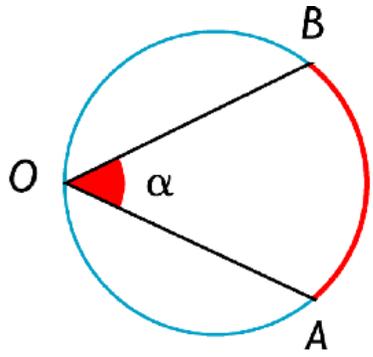
Ángulo central  
Ángulo inscrito

Círculo

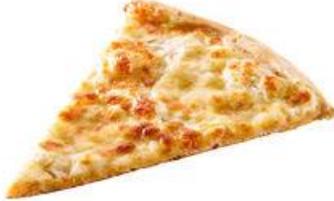


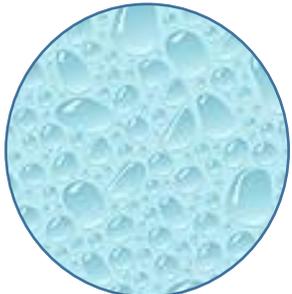
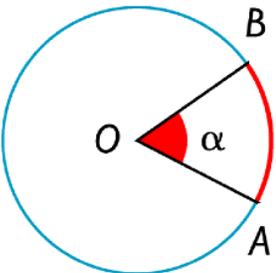
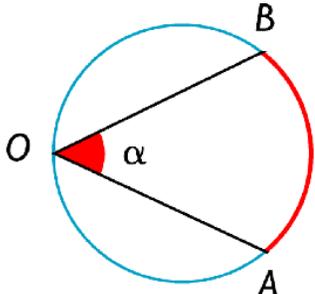
III. Escribe el nombre que corresponde a cada figura relacionada con los contenidos de la habilidad del día, que se utilizarán en esta sesión.

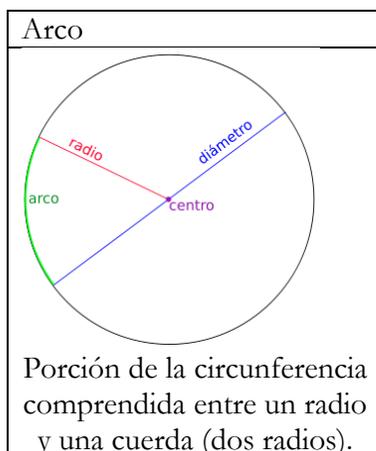
		
$S = \pi(R^2 - r^2)$	$S = \frac{\pi r^2 n^0}{360^0}$	$L = \pi d$

		
$S = \pi r^2$	$\angle AOB = \widehat{AB}$	$\angle AOB = \frac{1}{2} \widehat{AB}$



Corona circular	Sector circular	Circunferencia
		
Espacio comprendido entre dos circunferencias concéntricas.	Porción de círculo comprendido entre dos radios.	Línea curva cerrada cuyos puntos equidistan de otro punto llamado centro.
$S = \pi(R^2 - r^2)$	$S = \frac{\pi r^2 n}{360^\circ}$	$L = \pi d$

Círculo	Ángulo central	Ángulo inscrito
		
Superficie plana limitada por una línea curva (circunferencia).	Ángulo con vértice en el centro de la circunferencia, su amplitud coincide con el arco que abarca.	Ángulo con vértice sobre la circunferencia y sus lados dos secantes.
$S = \pi r^2$	$\angle AOB = \widehat{AB}$	$\angle AOB = \frac{1}{2} \widehat{AB}$



**IV. Atiende la indicación del docente y resuelve el problema que plantea.**

**V. Lee el siguiente problema y contesta la pregunta que aparece al final.**

Te han contratado para construir la nueva rueda de la fortuna del centro de atracciones “Colibrí” ya que la primera fue en 1893, por el Ingeniero George Whashington Ferris. El dueño del lugar te solicitó que la construyas con las siguientes especificaciones:

Con una altura de 165 metros, debe tener 25 canastillas.

¿Cómo lo vas a lograr?

---

---

---

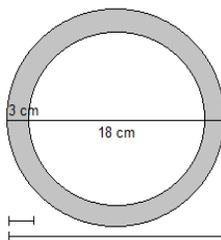
**VI. Resuelve el problema planteado, de manera individual.**

1. ¿Cuál es el tamaño de la circunferencia que tendrá la nueva rueda de la fortuna para solicitar el material necesario para su elaboración?
2. ¿Cuál es la amplitud del ángulo central que determina esa separación?
3. ¿A qué distancia estará una canastilla de otra para evitar que choquen?



**VII. Atiende las indicaciones del docente para integrarte en equipos de trabajo, y resuelve los siguientes problemas:**

1. Un salón para fiestas de forma circular tiene 7m de radio y una pista para bailar en el centro de 8 m de diámetro, ¿de cuántos metros cuadrados se dispone para colocar las mesas y sillas?
2. Una pizza circular de 20cm de diámetro se corta en 10 trozos iguales, ¿qué porción representa cada trozo?
3. Para un trabajo escolar del día de las madres, los alumnos de la secundaria 66, realizarán un marco circular de cartón, como se muestra a continuación.



¿Qué cantidad de material utilizarán para la elaboración del marco? (considera  $\pi = 3.14$ ).

4. Las ruedas de una bicicleta tienen 60cm de diámetro, ¿cuántas vueltas habrá dado cada una, después de recorrer 301.44m?

**Compartan sus resultados y su experiencia, siguiendo las indicaciones del docente.**



**VIII. Realiza la siguiente actividad, relacionando correctamente las columnas de la izquierda con los resultados de la derecha.**

- ( ) 1. Longitud del carrusel si el radio es de 3m



A.  $19.625\text{m}^2$

- ( ) 2. Superficie de una porción de gelatina si tiene un radio de 12cm y esta partida en 12 secciones iguales.



B. 18.84cm

- ( ) 3. Cantidad de material para elaborar el mantel de la mesa, si el radio es de 2.5m y se desea que sea exacto con los borde de ésta.



C. 9.42m

D.  $37.68\text{cm}^2$

**IX. Atiende las indicaciones del profesor para evaluar a tus compañeros.**



**Para profundizar en los contenidos abordados investiga y ejercita, en las siguientes ligas:**

- <https://www.thatquiz.org/es/previewtest?A/R/J/O/50991286229611>  
Sector circular
- <http://www.aulafacil.com/cursos/110835/ciencia/matematicas/areas-geometricas>  
Ejercicios resueltos
- [https://es.khanacademy.org/math/eb-2-secundaria/eb-circulos/eb-los-angulos-centrales-inscritos-y-circunscritos/e/inscribed\\_angles\\_1](https://es.khanacademy.org/math/eb-2-secundaria/eb-circulos/eb-los-angulos-centrales-inscritos-y-circunscritos/e/inscribed_angles_1)  
Ángulos inscritos
- [http://www.vitutor.com/geo/eso/ac\\_5e.html](http://www.vitutor.com/geo/eso/ac_5e.html)  
Ejercicios interactivos

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Resuelve problemas que implican expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión.**

**Sesión No. 4**



**60 minutos**



**¿Qué aprender?**

-  **Análisis de una sucesión**
-  **Expresar la regla de sucesión**
-  **Utilizar una regla de sucesión**

**I. Atiende las indicaciones del profesor.**

**II. Contesta las siguientes preguntas:**

1. ¿Sabes qué es una sucesión?

---

---

2. ¿Qué es una sucesión lineal?

---

---

3. ¿Qué es una sucesión cuadrática?

---

---

4. ¿Cómo se llaman los elementos de una sucesión?

---

---

5. ¿Cómo encontrar una regla en una sucesión?

---

---



## Sucesión

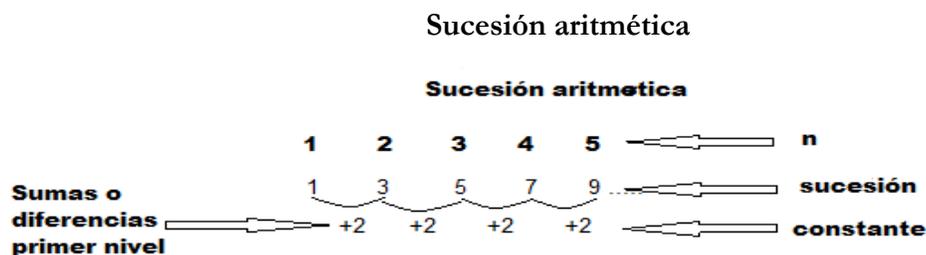
Si se tiene, una sucesión como la siguiente:

1,3,5,7,9... es fácilmente observable que los siguientes números serían: 11, 13,15, etc.

La pregunta es ¿cuál es el número que ocupa la posición 200?, nos resultará muy complicado y laborioso escribir toda la sucesión y verificar cuál es el que ocupa dicha posición, para esto es necesario, encontrar una fórmula o una expresión que nos permita obtener el dato sin necesidad de desarrollar toda la sucesión.

Primero para hablar el mismo lenguaje, tenemos que  $n$ , representa una numeración continua empezando por el número 1, pues este hace alusión a la posición de cada término.

Analizando tenemos:



Como observas, tenemos que la constante es 2, este lo multiplicamos por  $n$  formándose la expresión  $2n$ , tomando como referencia el primer término de la sucesión (1), tenemos:

$2n + () = 1$ , el paréntesis indica que falta completar la expresión con un número, el cual obtendremos a continuación:

Si sustituimos  $n$  por 1 nos da:

$$2(1) + () = 1$$

Simplificando

$$2 + () = 1$$

El número que se coloca en el paréntesis, debe ser -1, para que se cumpla la igualdad.

$$2-1=1$$

Por lo tanto, la expresión general de la sucesión será:

$$2n-1$$

Sustituimos los primeros números que componen  $n$ .

$$2(1)-1=1$$

$$2(2)-1=3$$

$$2(3)-1=5$$

$$2(4)-1=7$$

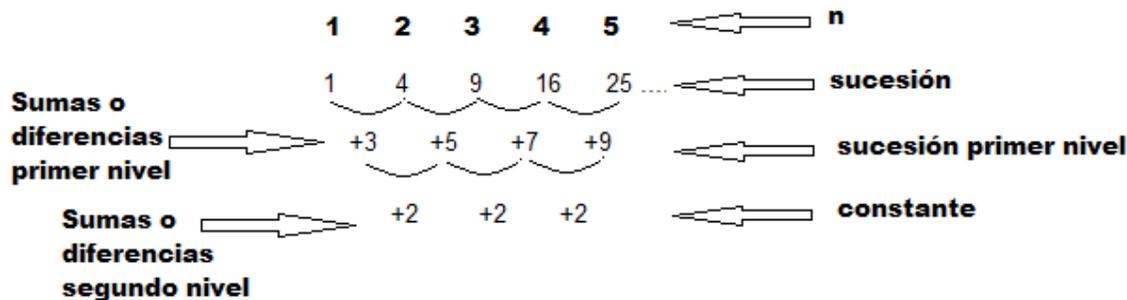
De esta forma, encontramos el número que está en la posición 200, tenemos:

$$2(200)-1=399$$

Para el caso de las cuadráticas, analizamos una sucesión como la siguiente:

$$1, 4, 9, 16, 25, \dots$$

Alguien muy observador, dirá que son los cuadrados de  $n$ , y efectivamente lo es, sin embargo, verifiquemos qué pasa si hacemos un análisis como el que se realizó.



Como podrás verificar, la constante apareció hasta el segundo nivel, nos indica que se trata de una expresión cuadrática o de segundo grado, ahora, sólo buscaremos de forma intuitiva la expresión; por el momento no es parte del desarrollo de nuestra actividad, el encontrar la expresión, con otro método.

Entonces tenemos que la expresión para esta sucesión es:  $n^2$

Comprobando para los números dados, se tiene:

$$(1)^2=1$$

$$(2)^2=4$$

$$(3)^2=9$$

$$(4)^2=16$$

$$(5)^2=25$$

Si tuviéramos que resolver ¿cuál es el número que está colocado en el lugar 25?

Calculamos:

$$(25)^2=625$$

**III. Lee el siguiente problema.**

En un juego de acomodar cubos en forma de pirámide invertida, como se muestra a continuación:



1. ¿Cuál es la expresión general de la sucesión?
2. Si en el primer nivel, hay un cubo, ¿cuántos cubos tiene el nivel 10?
3. ¿Cuántos cubos exactamente se necesitan para formar la pirámide con 10 niveles?
4. Si la pirámide empieza con 1 cubo en el primer nivel, 3 en el segundo, 5 en el tercero, 7 en el cuarto, etc. ¿Cuál es su expresión?
5. ¿Cuántos cubos tendrá ahora el nivel 10?
6. ¿Cuántos cubos se necesitan para formar la pirámide de 10 niveles?

**IV. Antes de resolver el problema, contesta las siguientes preguntas:**

¿Con la información que ya tienes puedes responder a preguntas relacionadas con las sucesiones?

---



---

¿Necesitas fórmulas, información adicional u algún otro dato?

---



---

¿Ya estás en condiciones de resolver el problema?

---



---

¿Cómo lo vas a desarrollar?

---



---





**VIII. Resuelve el siguiente ejercicio.**

Se tiene la siguiente sucesión:  $\frac{1}{2}, \frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{19}{2}, \frac{25}{2} \dots$

1. ¿Cuál es la expresión general de la sucesión?

---

---

2. ¿Cuáles son los dos números que siguen?

---

---

3. ¿Cuál es el número que está en la posición 15?

---

---



**Para reforzar tus conocimientos ingresa a los siguientes links:**

 <http://www.disfrutalasmaticas.com/algebra/sucesiones-series.html>

 <http://math2me.com/playlist/series-y-sucesiones>

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.**

**Sesión No. 4**



**90 minutos**



**¿Qué aprender?**

- Proporcionalidad directa.**
- Proporcionalidad inversa.**
- Proporcionalidad múltiple**

I. Atiende las indicaciones del docente.

II. Lee la siguiente información:

**Razón**



**Razón matemática:** la comparación entre dos magnitudes o valores, se expresa en forma de cociente o como relación:  $\frac{a}{b}$  ó  $a:b$  (se lee **a** es a **b**), donde **a** y **b** es cualesquier números.

**Proporción:** es la igualdad entre dos razones.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ,  $a:b :: c:d$  (Se lee **a** es a **b** como **c** es a **d**), los términos **a** y **d** se denominan extremos mientras que **b** y **c** son los medios, por ejemplo:

$$\frac{4}{2} = \frac{12}{6}, \quad 9:24 :: 18:48, \quad \frac{7}{3} = \frac{x}{4}$$

**Proporcionalidad directa:** dos magnitudes son directamente proporcionales, si al producirse el aumento de una de ellas, las cantidades que corresponden a la otra también aumentan en la misma cantidad y viceversa, si una disminuye la otra también lo hace en la misma proporción.

**Proporcionalidad inversa:** dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar una, disminuye la otra en la misma proporción.

**Proporción múltiple:** si intervienen tres o más magnitudes, las relaciones proporcionales dos a dos de las magnitudes pueden ser distintas, es decir, puede ser una directa y otra inversa o ambas del mismo tipo.

La **ley fundamental de las proporciones**, establece que el producto de los extremos es igual al producto de los medios  $a \cdot d = b \cdot c$ , con ella se pueden resolver gran cantidad de problemas con proporciones, pero es importante primero identificar el tipo de proporción que represente la situación.

**III. Relaciona las columnas uniendo con una línea el tipo de proporción que le corresponde a cada ejemplo.**

**Tipo de proporción**

**Ejemplo**

Razón matemática \_\_\_\_\_

Un grupo de 15 personas se organizan para realizar limpieza de su comunidad, consideran que en 4 horas la actividad estará concluida, si el día de lo acordado acuden 10 voluntarios más, ¿en cuánto tiempo terminarán la labor?

Proporcionalidad directa \_\_\_\_\_

Cuánto es el 18% de \$550.00

Proporcionalidad inversa \_\_\_\_\_

Cuatro mangueras tardan 6 horas en llenar una alberca. ¿Cuánto tardarán tres mangueras en llenar la misma alberca?

**IV. Lee el siguiente problema:**

Te han solicitado que seas el padrino de pastel de los quince años de Ángeles, para 500 personas. Para comprar el pastel, buscas en diferentes pastelerías las ofertas en precios y calidad, en tu búsqueda encuentras las siguientes opciones:

Pastelería	Costo x 200 personas	Descuento
Pastelandia	\$5 000.00	17%
La Morena	\$4,300.00	5%
La Guadarrama	\$4,700.00	15%

¿Cuál es el costo total que pagarías en cada pastelería para el número de personas que asistirán a la fiesta de Ángeles?

¿En qué pastelería sale más caro?

Si cuentas con un presupuesto de \$10,000.00 ¿en qué pastelería, lo tendrás que comprar?

**IV. Antes de solucionar el problema, contesta la siguiente pregunta.**

¿Qué sé, y me ayuda a resolver el problema?

---



---

**V. Resuelve el problema planteado y responde los cuestionamientos.**

1. ¿Cuál es el costo total que pagarías en cada pastelería para el número de personas que asistirán a la fiesta de Ángeles?
2. ¿En qué pastelería sale más caro?
3. Si cuentas con un presupuesto de \$9,500.00 ¿En qué pastelería lo tendrás que comprar?



**VI. Intégrate a un equipo de trabajo de cinco persona, sigue las indicaciones del docente.**

**VII. Resuelve el problema que te asignó el docente.**

1. ¿Cuánto es el 18% de \$550.00?
2. Cuatro mangueras tardan 6 horas en llenar una alberca. ¿Cuánto tardarán tres mangueras en llenar la misma alberca?
3. Un grupo de 15 personas se organizan para realizar limpieza de su comunidad, consideran que en 4 horas la actividad estará concluida, si el día de lo acordado acuden 10 voluntarios más, ¿en cuánto tiempo terminarán la labor?
4. Una persona tiene la presión arterial muy baja, el médico sabe que 2 mg. de cierta medicina aumenta en promedio 3 unidades de presión. Si el médico quiere aumentar la presión a 22 unidades ¿Cuántos miligramos de medicina debe recetar?

5. Para hacer una obra en 84 días se emplean 46 obreros. ¿Cuántos obreros se necesitan para hacer la misma obra en 14 días?
6. En una receta de pan se necesita 3 tazas de leche por cada 5 tazas de harina ¿Cuántas tazas de leche se necesitan si se han puesto 18 tazas de harina?
7. Un grupo de 20 excursionistas llevan provisiones para 15 días. Si al momento de partir el grupo aumenta a 25 excursionistas, ¿Para cuántos días les alcanzaran las provisiones?
8. En un mapa  $\frac{1}{4}$  de pulgada representan 7 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros representaría 5 pulgadas?
9. Si en la construcción de una calle se emplearon 10 obreros y se terminó en 20 días, ¿En cuántos días hubieran realizado 40 obreros la misma construcción?
10. Un electrodoméstico tiene precio de lista \$4900.00 si se encuentra en promoción con el 5% de descuento ¿Cuál es su precio final?



**VIII. Realiza lo siguiente:**

- a) Elabora un cuadro sinóptico que muestre las características de los diferentes tipos de proporciones.

- b) Resuelve los siguientes problemas, al concluir compara tus resultados con otro compañero.
1. Para alimentar 2 perros se necesitan 1.5 kg de alimento semanalmente, ¿Cuántos kilogramos de alimento se necesitan para alimentar 5 perros?
  
  2. Si 4 personas tardan 8 días en cosechar un terreno, ¿Cuántas personas se necesitan para hacerlo en 2 días



**Para profundizar en los contenidos abordados investiga y ejercita, en los siguientes sitios:**

-  <http://www.definicionabc.com/ciencia/proporcionalidad.php>  
Definición y clasificación de proporciones
-  <http://www.ejerciciosweb.com/proporcionalidad/compuesta.html>  
Problemas resueltos de proporcionalidad múltiple
-  [http://www.vitutor.com/di/p/a\\_11.html](http://www.vitutor.com/di/p/a_11.html)  
Conceptos y ejemplos de tipos de proporciones
-  [https://es.khanacademy.org/math/mx-math-by-grade/eb-1-semester-bachillerato/eb-ecuaciones-lineales-y-desigualdades-3/eb-razones-y-proporciones-8/e/proportions\\_1](https://es.khanacademy.org/math/mx-math-by-grade/eb-1-semester-bachillerato/eb-ecuaciones-lineales-y-desigualdades-3/eb-razones-y-proporciones-8/e/proportions_1)  
Ejercicios para practicar la solución de proporciones
-  <https://www.thatquiz.org/es-3/matematicas/fraccion/>  
Ejercicios para practicar cálculo de porcentajes



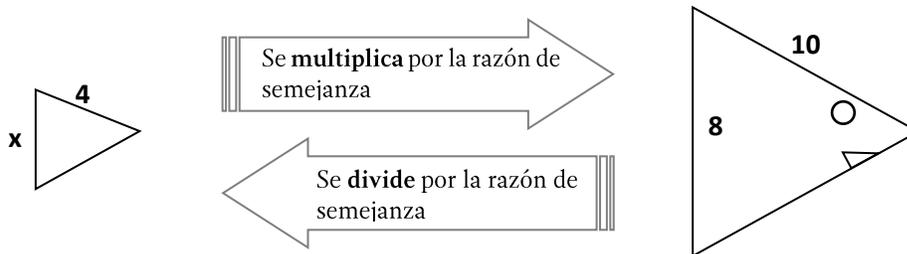




¿Qué otros lados son correspondientes?

¿Se puede calcular su razón de semejanza?

Si los triángulos son semejantes, es decir tiene la misma forma, no es necesario volver a calcular la razón de semejanza.



¿Cuál es la medida del lado  $x$ ?

¿Se puede aplicar lo anterior en otras figuras geométricas semejantes además del triángulo?

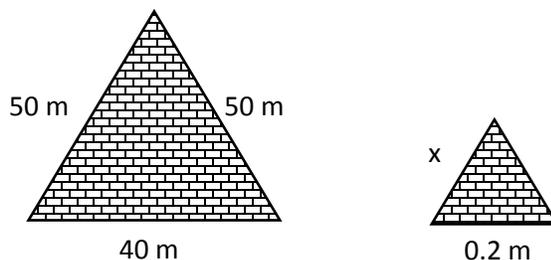
### Criterios de semejanza

<b>Primer Criterio</b>	Dos triángulos son semejantes, si tienen dos pares de ángulos respectivamente iguales.
<b>Segundo Criterio</b>	Dos triángulos son semejantes, si sus lados son proporcionales.
<b>Tercer Criterio</b>	Dos triángulos son semejantes, si tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales.

#### V. Resuelve el problema de manera individual.

##### “La Maqueta”

Los alumnos de segundo grado realizarán una réplica proporcional de una pirámide, la cual debe tener una base de 0.2 m.



¿Los triángulos son congruentes o semejantes?

¿Cuál es la razón de semejanza?

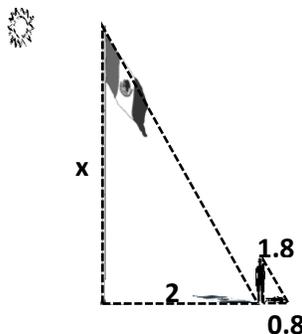
¿Cuál es la medida del lado x?



**VII. Intégrate en equipos de cinco, compartan sus resultados del problema y resuelvan la siguiente actividad en forma colaborativa.**

“La altura de la bandera”

Una persona parada en el Zócalo observa la bandera a las 10 de la mañana y tiene la curiosidad de saber cuánto mide de altura el asta bandera. Los datos con los que cuenta son: la distancia de la sombra del asta bandera, su propia altura y la longitud de su sombra.



¿Cuál es la razón de semejanza?

¿Cuál es la medida del lado  $x$ ?



Para reforzar los contenidos abordados y ejercitar, revisa las siguientes ligas:

- 📖 khanacademy. Introducción a la semejanza de triángulos (2017).  
<https://es.khanacademy.org/math/eb-3-secundaria/eb-semejanzas/eb-semejanza-en-triangulos/v/similar-triangle-basics>
- 📖 khanacademy. Postulados o criterios para semejanza de triángulos (2017).  
<https://es.khanacademy.org/math/eb-3-secundaria/eb-semejanzas/eb-semejanza-en-triangulos/v/similarity-postulates>
- 📖 khanacademy. Resuelve triángulos semejantes avanzados. (2017).  
[https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/core-algebra-geometry/copy-of-triangle-similarity/e/solving\\_similar\\_triangles\\_2](https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/core-algebra-geometry/copy-of-triangle-similarity/e/solving_similar_triangles_2)

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Aplica el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en la resolución de problemas.**

**Sesión No. 6**



**150 minutos**



**¿Qué aprender?**

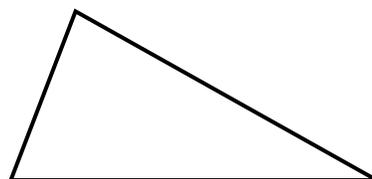
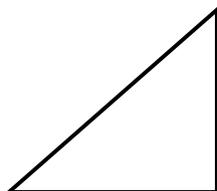
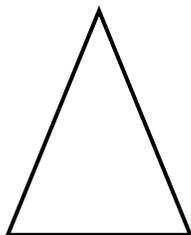
-  **Teorema de Pitágoras**
-  **Razones trigonométricas**

**I. Atiende las indicaciones del profesor.**

Ejemplos de aplicación de la habilidad a desarrollar:

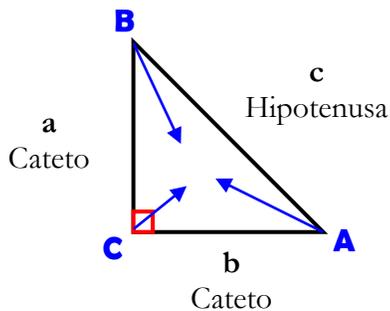
- Los egipcios utilizaron el teorema de Pitágoras con un triángulo rectángulo de 3, 4 y 5 unidades por lado, para trazar ángulos de  $90^\circ$  sobre terrenos.
- Con las razones trigonométricas se puede determinar la altura de objetos que están fuera de nuestro alcance.

**II. Ilumina de azul el triángulo rectángulo.**



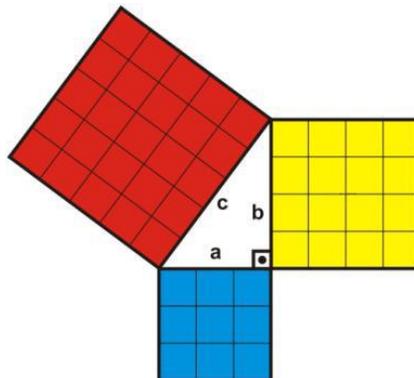
III. Sigue la explicación del profesor, sobre el Teorema de Pitágoras.

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



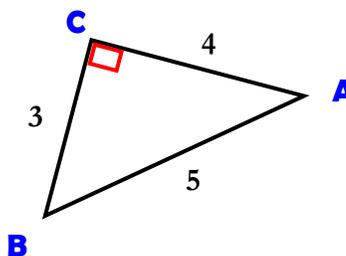
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Dicha relación puede expresarse en términos de áreas:



El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

Ejemplo:



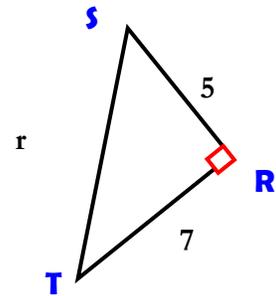
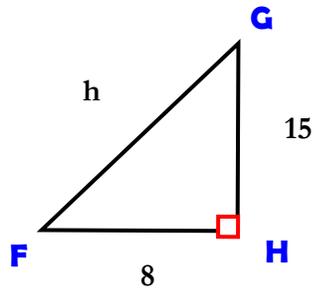
$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

IV. Realiza las siguientes actividades:

1. Sustituye el valor de los catetos y la hipotenusa de los siguientes triángulos en la fórmula del teorema de Pitágoras.

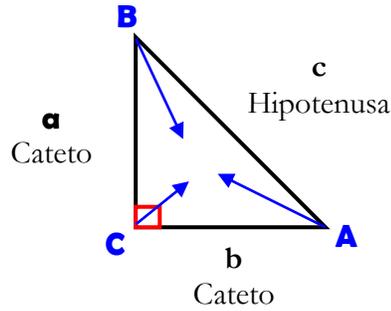
$\square^2 = \square^2 + \square^2$	$\square^2 = \square^2 + \square^2$	$\square^2 = \square^2 + \square^2$

2. Sustituye y calcula el valor de la hipotenusa en los siguientes triángulos:





Para determinar el valor de los **catetos** se utilizan las siguientes fórmulas:

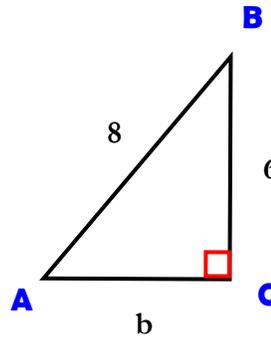


$$a^2 = c^2 - b^2$$

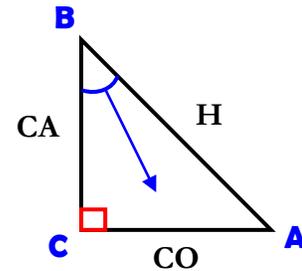
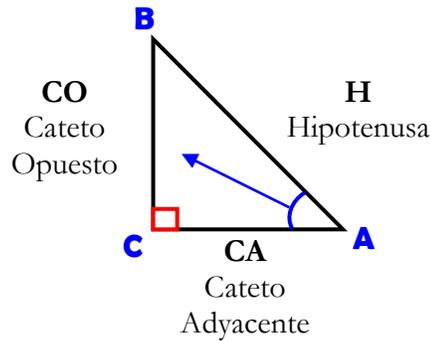
$$b^2 = c^2 - a^2$$

**V. Realiza las siguientes actividades:**

1. Calcula el valor del cateto “b”.

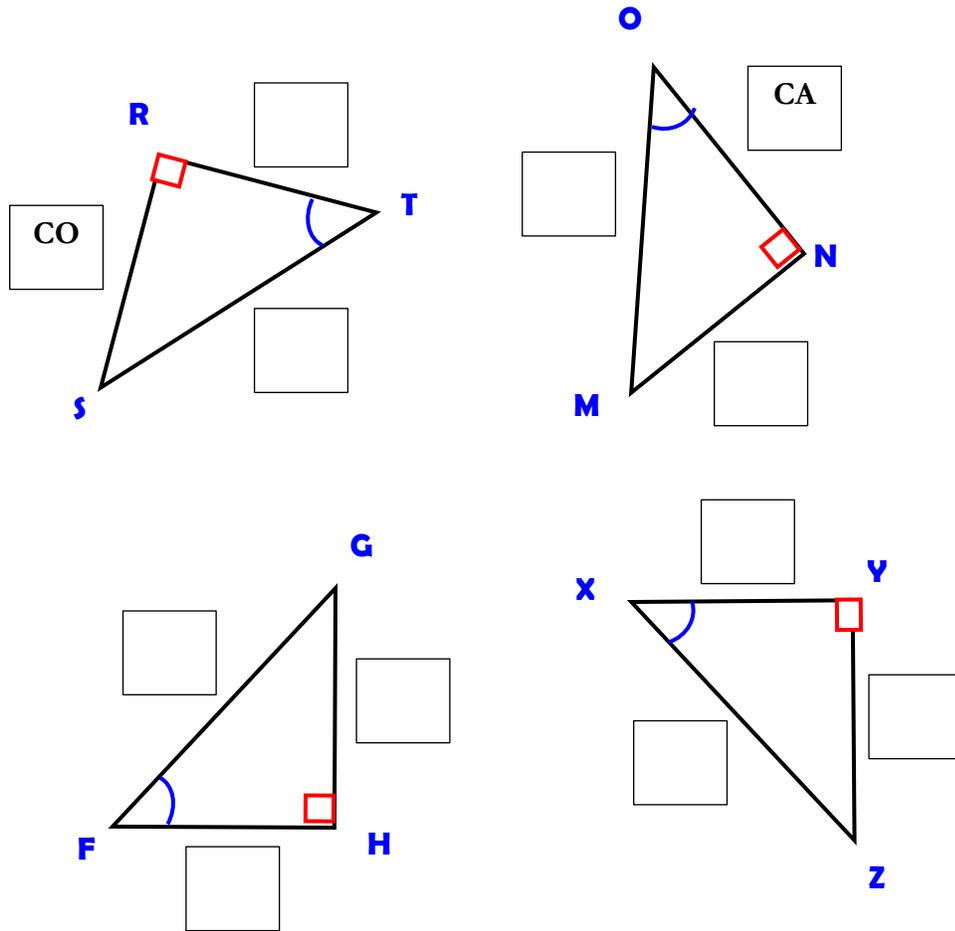


Otra forma de conocer los lados del triángulo rectángulo es utilizar las **razones trigonométricas**, pero primero es necesario definir cuál es el cateto opuesto y adyacente de acuerdo al ángulo indicado.



**VI. Realiza la siguiente actividad:**

Coloca H (hipotenusa), CO (cateto opuesto) y CA (cateto adyacente) en los siguientes triángulos considerando el ángulo agudo (menor de 90°).



Las razones trigonométricas son la comparación de los lados del triángulo rectángulo, llamadas seno, coseno y tangente.

$$\text{seno } A = \frac{\text{CO}}{\text{H}}$$

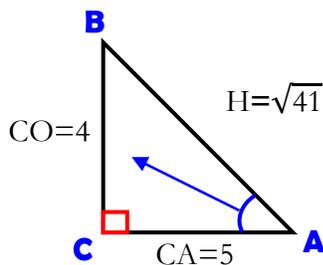
$$\text{coseno } A = \frac{\text{CA}}{\text{H}}$$

$$\text{tangente } A = \frac{\text{CO}}{\text{CA}}$$

**VII. Realiza la siguiente actividad:**

Completa las razones trigonométricas del ángulo B.

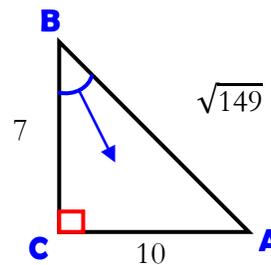
Ejemplo:



$$\text{sen } A = \frac{4}{\sqrt{41}}$$

$$\text{cos } A = \frac{5}{\sqrt{41}}$$

$$\text{tan } A = \frac{4}{5}$$



$$\text{sen } B =$$

$$\text{cos } B =$$

$$\text{tan } B =$$



Para obtener el **cateto opuesto**, **adyacente** y la **hipotenusa** a partir de las funciones trigonométricas, es necesario realizar algunos despejes, como se muestra en el ejemplo:

$$\text{sen } A = \frac{\text{CO}}{\text{H}} \quad \therefore \quad \text{CO} = \text{H} \times \text{sen } A$$

**VIII. Realiza la siguiente actividad:**

Realiza los siguientes despejes.

Ejemplo:

$$\text{sen } A = \frac{\text{CO}}{\text{H}} \quad \therefore \quad \text{H} = \frac{\text{CO}}{\text{sen } A}$$

$$\text{cos } A = \frac{\text{CA}}{\text{H}} \quad \therefore \quad \text{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan A = \frac{CO}{CA} \quad \therefore \quad CO = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos A = \frac{CA}{H} \quad \therefore \quad H = \underline{\hspace{2cm}}$$

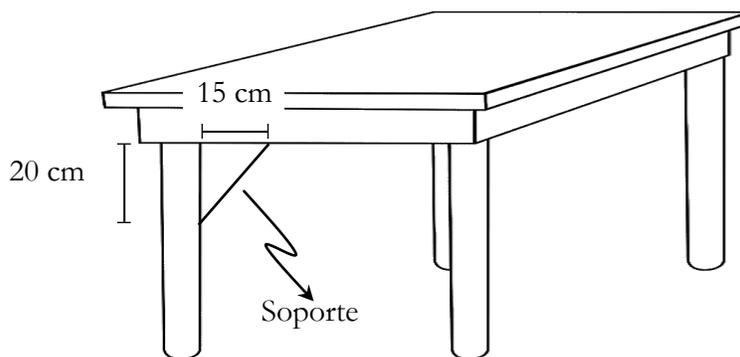
$$\tan A = \frac{CO}{CA} \quad \therefore \quad CA = \underline{\hspace{2cm}}$$

**IX. Lee el siguiente problema.**

“Mesa firme”

En el taller de carpintería de tu escuela, recibieron la solicitud para realizar 20 mesas reforzadas para reparaciones mecánicas en un taller automotriz. Para dar más estabilidad a las mesas se colocarán soportes como se muestra en la figura.

Calcula las dimensiones que deben tener los cuatro soportes de varilla metálica y el total de material que se va utilizar.



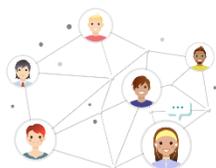
**X. Antes de comenzar con la solución del problema, contesta las siguientes preguntas:**

1. ¿Qué contenido utilizarías para resolver el problema?
  - a) Razones trigonométricas
  - b) Teorema de Pitágoras
2. ¿Qué lado del triángulo tienes que calcular?
  - a) La Hipotenusa
  - b) El Cateto

3. ¿Cuál es la fórmula que vas a utilizar para determinar la longitud del soporte, escríbela?

**XI. Llegó la hora de resolver el problema y hacer los cálculos correspondientes.**

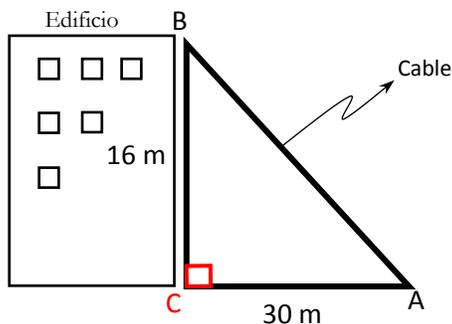
- ¿Cuál es la longitud que debe tener un soporte, incluye tú procedimiento?
- Los soportes serán de metal, por lo que se tiene que comprar una varilla metálica, ¿qué longitud debe tener para que alcance para los cuatro soportes?
- Si la longitud de cada varilla es de 2 m ¿cuánto material se deberá comprar para el número de mesas solicitadas sin que sobre material?



**XII. Reúnete en equipos de cinco integrantes, para resolver los siguientes ejercicios; cuando concluyan intercambien su trabajo con otro equipo y retroalimenten:**

**“Tirolesa”**

Para construir una tirolesa, se necesita conocer la longitud de un cable de acero que va atado de lo alto de un edificio de 16 metros (punto B), a otro extremo que se encuentra a una distancia de 30 metros de la base del edificio (punto A).



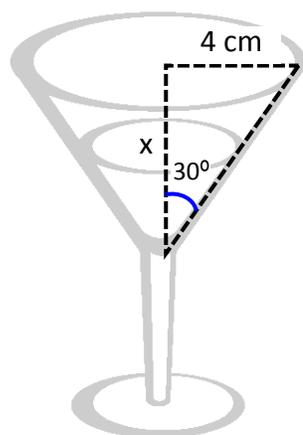
- Escribe la fórmula que van a utilizar para calcular la longitud del cable de acero.
- Calculen la longitud del cable. Incluye el procedimiento de forma ordenada.

c) Adiciona 4 metros porque se ocuparán 2 metros extra por extremo.

d) Si se tiene un cable de 40 metros, ¿será suficiente cable?

### “Copa”

Se ha encontrado una copa muy antigua, de la cual se desea conocer la altura de la parte interior para poder realizar una copia exacta y exhibirla en un museo. Se tiene la siguiente información.



a) ¿Qué contenido utilizarías para resolver el problema?

a) Razones trigonométricas

b) Teorema de Pitágoras

b) ¿Qué lado del triángulo tienes que calcular?

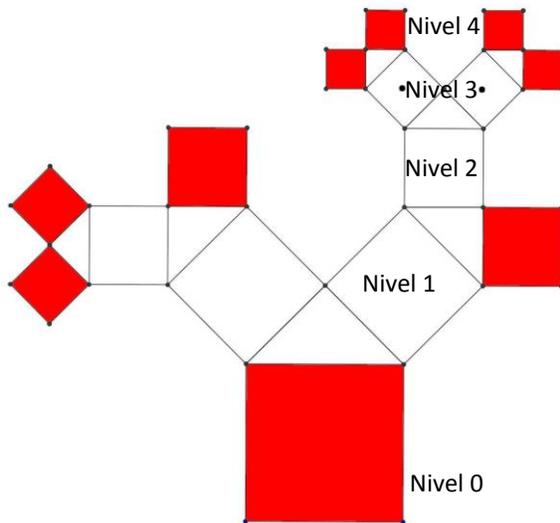
a) Cateto opuesto

b) Cateto adyacente

c) Hipotenusa

c) ¿Cuál es la fórmula que vas a utilizar?

d). Calcula la altura de la parte interior de la copa. Incluye el procedimiento de forma ordenada. Considera que  $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .



**XIII. Atiende las indicaciones del docente.**

**XIV. Realiza de manera individual el siguiente ejercicio.**

Este extraño animal tiene la característica que su pata es cuadrada y de color rojo, además tiene la misma superficie que todas sus otras partes, de color rojo.

¿Sabrías explicar por qué?

Sí No

Explicación:


Completa las frases, según tu análisis:

La suma del área de los cuadrados del nivel 1 es \_\_\_\_\_

La suma del área de los cuadrados del nivel 2 es \_\_\_\_\_

La suma del área de los cuadrados del nivel 3 es \_\_\_\_\_

La suma del área de los cuadrados del nivel 4 es \_\_\_\_\_

Por lo tanto tenemos

2 cuadrados del nivel 2=

2 cuadrados del nivel 3=

4 cuadrados del nivel 4=

Fuente: <https://anagarciaazcarate.files.wordpress.com/2016/02/extraterrestreprofesorado.pdf> Recuperado el 16 de junio de 2017.



**Para profundizar en los contenidos abordados y ejercitar, visita las siguientes ligas:**

- 📖 khanacademy. Introducción al teorema de Pitágoras. (2017)
- 📖 <https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geometry-pythagorean-theorem/pythagorean-theorem/v/the-pythagorean-theorem>
- 📖 khanacademy. Problemas de introducción al teorema de Pitágoras. (2017)
- 📖 <https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geometry-pythagorean-theorem/pythagorean-theorem/a/pythagorean-theorem-intro>
- 📖 khanacademy. Lados de triángulos rectángulos. (2017)  
<https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-trig/hs-geo-trig-ratios-intro/a/opposite-adjacent-hypotenuse>
- 📖 khanacademy. Razones trigonométricas en triángulos rectángulos. (2017)
- 📖 <https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-trig/hs-geo-trig-ratios-intro/a/finding-trig-ratios-in-right-triangles>

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Resuelve problemas aditivos que impliquen efectuar cálculos con expresiones algebraicas.**

**Sesión No. 7**



**80 minutos**



**¿Qué aprender?**

- Términos semejantes**
- Adición y sustracción de términos semejantes**
- Polinomios**

**I. Atiende las indicaciones del docente.**

**II. Completa el siguiente cuadro y contesta las dos preguntas.**

Término	Coficiente	Literal o variable	Exponente
$x^4$			
$7y^3$			
$5z$			

¿Qué son los términos semejantes?

---



---

¿Cómo puedo unir términos algebraicos?

---



---

### III. Revisa la siguiente información.

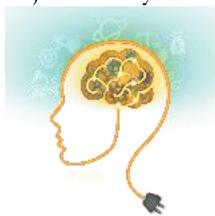
#### Términos semejantes

Recuerda que los términos semejantes, son las expresiones algebraicas que pueden juntarse, si cumplen con la condición de ser iguales en literal y grado (exponente), aunque tengan distinto coeficiente.

Si tenemos objetos con las mismas características, ¿es posible realizar la adición?

Veamos algunos ejemplos:

Si tienes dos manzanas rojas y las sumas con tres manzanas rojas, nos dará, por supuesto, cinco manzanas rojas. Si hay dos manzanas verdes y las sumamos con seis manzanas verdes, tendremos ocho manzanas verdes.



Simbolizando

$$\begin{array}{c} \text{🍏} \text{🍏} + \text{🍏} \text{🍏} \text{🍏} = \text{🍏} \text{🍏} \text{🍏} \text{🍏} \text{🍏} \\ = 5m \end{array} \quad \text{o bien} \quad 2m + 3m$$

Si tenemos tres manzanas verdes y las sumamos con dos manzanas amarillas, no podemos decir que tenemos cinco manzanas verde-amarillas; aunque se parecen, no comparten exactamente las mismas características.

En otro caso, tenemos dos manzanas, dos piñas y tres peras; si las queremos sumar, no hay una palabra que describa el resultado de esta suma.

Simbolizando

$$\begin{array}{c} \text{🍏} \text{🍏} + \text{🍌} \text{🍌} \text{🍌} + \text{🍍} \text{🍍} \\ = ? \end{array} \quad \text{o bien} \quad 2m + 3pe + 2pi = ?$$

Los términos semejantes deben ser iguales en forma, aunque no lo sean en número.

Si tenemos objetos que tienen las mismas características, ¿es posible realizar la adición de éstos?

### IV. Contesta las siguientes preguntas, utiliza la información que se te proporcionó.

¿Qué más saben de los términos semejantes?

Si encuentro un término que tiene los mismos elementos pero en otro orden, ¿los puedo sumar o restar?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

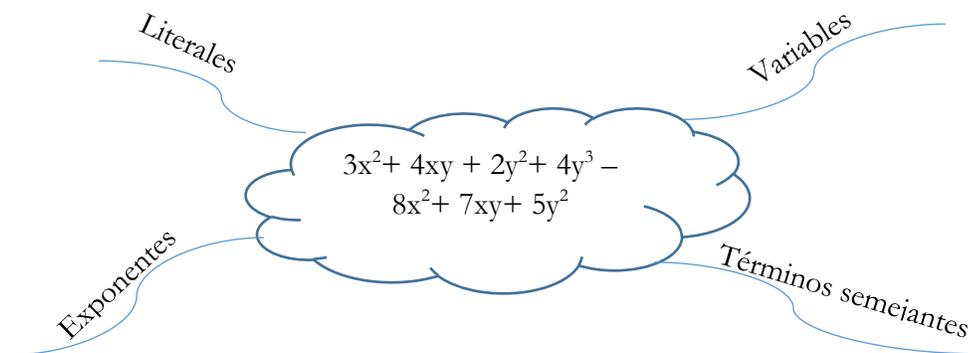
V. Resuelve los ejercicios que te brinda el docente, posteriormente resuelve las siguientes sumas de polinomios.

a)  $6xyz + 4x^2y^4z^3 + 5xyz + 2x^2y^4z^3 + 4x^2z^3y^4 + 3yzx =$

b)  $\frac{2}{5} mn^2 + \frac{3}{4} n^2m - \frac{1}{3} m^2n - 2mn^2 + 3m^2n =$

c)  $(2x^2y - 3x^3y^2 + 5x^2y^3) + (4x^2y - 10x^2y^3 + 2x^3y^2) - (2x^3y^2 - x^2y) =$

VI. Completa el siguiente mapa mental con la información que contiene el centro.



VII. Resuelve el siguiente problema.

Tu abuelito tiene una mueblería, necesita que le ayudes a calcular las ganancias del primer trimestre del año para poder aumentar o mantener sus precios. Te reporta que en el mes de enero vendió dos recamaras, tres hornos de microondas y una pantalla de 42 pulgadas; en febrero vendió un comedor, dos pantallas de 42 pulgadas, una sala y por último en el mes de marzo un horno de microondas, una sala y una recámara.

Considera que cada mes paga de luz \$200.00, agua \$150.00 y salario mensual de un ayudante \$2,500.00  
Si tu abuelo requiere una ganancia mensual de \$15,000.00 ¿Qué le sugieres?

Artículo	Precio de compra	Precio de venta
Recámara	\$5,500.00	\$9,700.00
Sala	\$3,000.00	\$5,200.00
Comedor	\$4,000.00	\$7,000.00
Pantalla de 42"	\$4,500.00	\$8,700.00
Horno de microondas	\$900.00	\$1,600.00

- Determina la expresión algebraica, utilizando la primera letra de cada artículo que representa las ventas de cada mes.
- Determina la expresión algebraica que representa las ventas del primer trimestre del año.
- ¿Cuál es la ganancia total por las ventas en el primer trimestre del año?

**VIII. Intégrate a un equipo de cinco personas, con el propósito de compartir tus resultados.**



Con tu equipo realiza lo siguiente:

1. Muestra las respuestas y compártelas.
2. En caso de que coincidan, revisa cómo llegaron al resultado.
3. En caso de haber diferencias, revisa qué es lo que salió mal, tal vez un signo, una operación aritmética o un distractor.



Para poder realizar las adiciones deben tener las mismas características, es decir, misma literal y mismo exponente, aunque diferente coeficiente. Finalmente, el coeficiente sólo nos indica la cantidad de objetos que tenemos.



**IX. Resuelve el siguiente ejercicio y contesta la pregunta.**

$$(14x^2y+3x^2-5y+14) + (-7x^2y-5x^2+8y-10)$$

¿Cuáles son los pasos para realizar suma de polinomios?

---



---



Para profundizar en los contenidos y fortalecer tu habilidad matemática te sugerimos las siguientes ligas:

- <https://es.khanacademy.org/math/algebra/introduction-to-polynomial-expressions/add-subtract-poly-two-var/e/adding-and-subtracting-polynomials-2>
- <http://www.disfrutalasmaticas.com/algebra/polinomios-sumar-restar.html>

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.**

Sesión No. 7



70 minutos



**¿Qué aprender?**

-  **Simplificación de polinomios**
-  **Producto de polinomios**

I. Atiende las indicaciones del profesor.

II. Revisa la siguiente información:



**Procedimiento de operaciones algebraicas**

Recordar que una expresión algebraica o monomio, está constituida por cuatro elementos básicos:

- a) **Signo:** puede ser negativo (-) o positivo (+), si este no aparece al inicio de la expresión, se considera positivo.
- b) **Literal:** es un número cual quiera, si en una expresión no aparece literal, se considera como uno (1), o bien si al realizar una operación te da como resultado 1 como literal, debes omitirlo.
- c) **Coficiente:** letra cual quiera del abecedario, aunque comúnmente se utilizan las primeras y las últimas.
- d) **Exponente:** número colocado en el extremo superior de una literal, igual que en el caso del coeficiente, si no aparece es uno, y si da como resultado de una operación, no se coloca.

## Operaciones básicas algebraicas

**Suma y resta:** recordemos que estas dos operaciones pueden incluirse en una sola, puesto que sus procedimientos son iguales, como verás a continuación:

### Regla de oro

**“Sólo se pueden sumar o restar los términos que tengan las mismas literales, elevadas a los mismos exponentes, llamados términos semejantes”**

En cuyo caso sólo bastará con sumar o restar los coeficientes según sea el caso, por ejemplo:

$$2b-3c^2+a-5b+6c^2+a^2=$$

En esta expresión, sólo se pueden sumar los elementos con  $b$  y  $c^2$  respectivamente, los demás se conservan igual, por no ser términos semejantes o por no tener en la expresión otro término semejante con cual sumarse, así entonces la solución será:

$$-3b+3c^2+a+a^2$$

Nota. Recuerda que al sumar y restar los coeficientes no olvides la regla: “signos iguales se suman y se conserva el mismo signo, signos diferentes se restan y se conserva o coloca el signo del número mayor”.

**Multiplicación o producto:** se puede presentar de tres maneras:

a) **Monomio por monomio:** en donde se puede proceder en el orden siguiente: primero multiplica los signos, luego los coeficientes, a continuación, sólo bastará con sumar sus exponentes conservando las literales, ejemplo:

$$(2x)(-3x^2)=-6x^3$$

b) **Monomio por polinomio:** para este caso, cada elemento del polinomio deberá multiplicarse por el monomio, siguiendo la regla del inciso a, ejemplo.

$$(a)(2b-a^3) = (a)(2b) + a(-a^3) = 2ab - a^4$$

c) **Polinomio por polinomio:** ahora el procedimiento de esta operación será, multiplicar cada elemento de un polinomio, cada elemento del otro polinomio, recordando que al término de este, si en la suma que resulte, existen términos semejantes, éstos deben de sumarse o mejor dicho simplificarse, ejemplo:

$$(3x-2y^2)(x+3y) = (3x)(x) + (3x)(3y) + (-2y^2)(x) + (-2y^2)(3y) =$$

$$3x^2 + 9xy - 2xy^2 - 2y^3$$

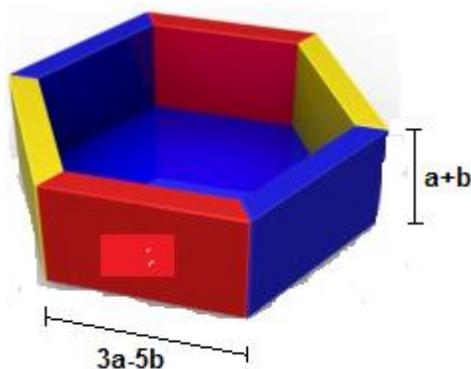
Como observas, en la suma final no existen términos semejantes, por lo que ésta es la solución final.

**No olvides tomar en cuenta la ley de los signos, aplicable a la multiplicación y división.**

**“Signos iguales es positivo (+), signos diferentes es negativo (-)”**

**III. Lee primeramente el problema que tendrás que solucionar y después realiza las actividades que se te indican.**

Marcos quiere comprar una alberca inflable, de forma de hexágono regular, que vió en el centro comercial “Las gaviotas”. Para tomar la decisión requiere conocer el espacio requerido para instalarla en el jardín de su casa cuyas dimensiones son  $20a-35b$ . Las dimensiones de la alberca están representadas por las expresiones siguientes como se observa en el esquema:



1. ¿Qué expresión será la que te sirve para obtener el perímetro (contorno) de la alberca?
2. ¿Cuál será la expresión para calcular la superficie de una de las caras laterales?
3. ¿Marco podrá comprar la alberca?  
Si No ¿Por qué?

**IV. Antes de comenzar a resolver el problema, contesta:**

¿Tienes la información necesaria para responder, las preguntas?

---



---

¿Cómo lo vas a desarrollar?

---



---

**V. Resuelve de manera individual el problema, registra el desarrollo y las respuestas en el cuadro.**

Resultados y desarrollos	
1. ¿Qué expresión se utiliza para obtener el perímetro (contorno) de la alberca?	2. ¿Cuál es la expresión que se utiliza para calcular la superficie de una de las caras laterales?
Perímetro=	Superficie=
3. ¿Marcos podrá comprar la alberca? Sí            No        ¿Por qué:?	



**VI. Intégrate en equipos de cinco personas, elijan a un representante que expondrá sus soluciones y desarrollos en el pizarrón.**

Instrucciones:

1. Dentro del equipo, comparen sus respuestas con las de los demás compañeros.
2. Inicien un pequeño debate de por qué o cómo obtuvieron su soluciones y dado el caso ponganse de acuerdo cuál es la correcta, y si es necesario, corrijanlas.
3. Comparen sus resultados con los otros expuestos, si es necesario retroalimenten y corrijan errores.
4. Resuelvan en equipo, las siguientes operaciones de polinomios. Al finalizar intercambien sus manuales con otro equipo para su evaluación.

a)  $(2x-5)(2x+5) =$

b)  $(3y+2x)(3y+2x)=$

c)  $(2a-5)(2a+3)=$

d)  $(6x+4y)(7x-8y-9z)=$

e)  $(14x)(x+2y-3z)=$



**Para reforzar tus conocimientos revisa los siguientes links.**

<http://math2me.com/playlist/algebra/terminos-y-polinomios>

Además, para que sigas ensayando lo aprendido, también dejo un link de resolución de ejercicios en línea.

<http://www.ematematicas.net/polinomios.php>

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.**

**Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.**

**Sesión No. 8**



**150 minutos**



**¿Qué aprender?**

-  **Ecuaciones lineales o de primer grado**
-  **Despejes**
-  **Ecuaciones de segundo grado o cuadráticas**
-  **Solución de ecuaciones cuadráticas por fórmula general**

**I. Atiende las indicaciones del profesor.**

**II. Contesta las siguientes preguntas:**

1. ¿Cómo identifico una ecuación de primer grado con una de segundo grado?

---

---

2. ¿Todas se resuelven igual?

---

---

3. ¿Qué más sabes de las ecuaciones?

---



---

4. ¿Recuerdas, cómo es la gráfica para cada una de ellas?

---



---

5. ¿Se pueden resolver las ecuaciones cuadráticas con fórmula general, sino están igualadas a cero?

---



---

**III. Revisa el texto, ya que se aborda la identificación y solución de ecuaciones de primero y segundo grado que te permitirán resolver los ejercicios que se encuentran al final de la lectura.**



## Ecuaciones

### Ecuaciones de primer grado con una variable

Una ecuación se reconoce porque siempre vamos a notar un signo de “igualdad” entre dos cantidades, como por ejemplo:

$$23x^3 + 3x^2 = 34x, \quad 5 = 3x^8, \quad 6m^3 = 1$$

Las anteriores son ecuaciones de diversos grados, el cual se determina por el número del exponente que tienen, el primer ejemplo, es de tercer grado; el segundo ejemplo de octavo grado y el tercer ejemplo de tercer grado.

Una ecuación representa un problema de la vida real, como por ejemplo:

Claudia desea comprar cinco cuadernos para sus materias de la escuela, y le han dicho que va a pagar \$125.00, pero no ha escuchado cuánto cuestan cada uno, entonces podemos construir (modelar) una ecuación muy sencilla para encontrar el precio buscado, entonces:

Definimos siempre una variable (que siempre será el valor buscado), y construimos el modelo matemático.

$$5x = 125$$

Regularmente, nuestra variable será “x”, pero podemos definir otra letra, que por conveniencia serán las últimas de nuestro alfabeto.

La forma de resolver esta ecuación, o cualquier otra de primer grado, es mediante el despeje de su variable, es decir dejar sola a dicha variable. Para dejar sola a la variable, tomemos en cuenta que se van a realizar operaciones contrarias a las que están indicadas, por ejemplo, si está multiplicando, pasará dividiendo, si está sumando, restando y así con todas las operaciones.

Resolviendo la ecuación del ejemplo, entonces:

$$5x = 125$$

Paso 1. Para dejar sola a **x**, tenemos que quitar el “5”, que está multiplicando, por lo que pasará dividiendo del otro lado de la igualdad.

$$x = \frac{125}{5} = 25, \text{ lo que nos da el valor buscado, es decir, el precio de cada cuaderno es de } \$25.00$$

Es importante, que siempre que resolvamos un problema, utilicemos las herramientas matemáticas, sin olvidar dar la respuesta en las unidades que nos han preguntado, en el caso del ejemplo, nos preguntaron cuánto costó cada cuaderno. Por lo tanto, la respuesta es: “el precio de cada cuaderno es de \$25.00”.

Veamos un ejemplo más complejo:

De un problema real, se ha modelado la siguiente ecuación:

$$3m + 2m = 4 - m$$

En este caso, podemos observar que está la misma variable en tres ocasiones. Para resolver sabemos que los términos semejantes se pueden juntar, por lo tanto, procedemos con los siguientes pasos:

Paso 1. Sumar semejantes de un mismo lado:  $5m = 4 - m$

Paso 2. Pasar todas las variables de un solo lado, casi siempre se hace del izquierdo, recordando hacer la operación contraria:  $5m + m = 4$

Paso 3. Nuevamente juntar semejantes:  $6m = 4$

Paso 4. Quitar el 6 para dejar sola a “**m**”:  $m = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Siempre que se pueda, simplificar los resultados.

Ahora, también suelen presentarse ecuaciones más complejas aún, incluso con paréntesis. La manera de proceder es realizar las operaciones indicadas, primero lo que hay dentro del paréntesis (si se puede) y luego afuera. Al final, se despeja la variable que buscamos, como ya lo hemos visto, veamos un ejemplo:

$$2y + 3(4y - 2y) = 2 - 5y$$

Paso 1. Restar lo que está en el paréntesis:

$$2y + 3(2y) = 2 - 5y$$

Paso 2. Multiplicar:

$$2y + 6y = 2 - 5y$$

Paso 3. Simplificar semejantes

$$8y = 2 - 5y$$

$$8y + 5y = 2$$

$$13y = 2$$

Paso 4. Despejar la variable

$$y = \frac{2}{13}$$

### Ecuaciones de segundo grado con una variable

Las ecuaciones de segundo grado, como ya hemos visto se reconocen porque alguno de sus términos, en una incógnita, tiene un exponente “2”. Estas ecuaciones son modelos e un problema de la vida real, y regularmente están representando algún movimiento de objetos diversos.

Vamos a poner un ejemplo:

La ecuación  $x^2 + 2x - 15 = 0$  es una cuadrática. Hay diversos métodos que nos permiten resolver una ecuación cuadrática, pero el que utilizaremos en esta actividad es la fórmula general de segundo grado:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , observa que aquí se piden tres letras, “a”, “b” y “c”, que son justamente los coeficientes de  $x$  y el término independiente.

En la ecuación  $x^2 + 2x - 15 = 0$ , el coeficiente de  $x^2$  es “1”, que no se escribe pero ahí está, el coeficiente de  $x$  es 2 y el término independiente es -15, por lo que  $a=1$ ,  $b=2$  y  $c=-15$  (no olvidar que también se toman los signos).

Lo que vamos a hacer, es sustituir estos valores en la fórmula, como sigue:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-2 \pm 8}{2}$$

En este momento, podemos separar dos resultados, tomando en un signo (cualquiera) y haciendo la operación, luego el otro.

$$x_1 = \frac{-2 + 8}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-2 - 8}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

Ten cuidado siempre con los signos, pues un error ya no nos da el resultado correcto.

En todas las ecuaciones cuadráticas se deben identificar las letras  $a$ ,  $b$  y  $c$ , sólo que en algunas no se tienen a la vista, por ser “uno” o por estar ausente “0”. Entonces, “a” siempre existe, no puede ser igual a cero porque entonces ya no sería cuadrática, “b” puede ser cualquier número, incluso cero, y pasa lo mismo con “c”, en cuyo caso, se pone el cero en la misma ecuación general. **Recuerda que la multiplicación por cero es “cero”.**

**IV. Soluciona las siguientes ecuaciones lineales o cuadráticas:**

- a)  $3x = 6$
- b)  $3m + 2m = 4m + 1$
- c)  $8y - (3y + 4) = 4y + 2y$
- d)  $2x^2 + 6x + 4 = 0$
- e)  $3x^2 + 18x + 15 = 0$
- f)  $\frac{5x+1}{3} = \frac{x-2}{2}$
- g)  $4x^2 - 20x - 56 = 0$
- h)  $2p + 3(p-5) - 2 = 2p + 4(p-3) + 3$

**V. Lee el siguiente problema que tendrás que solucionar.**

Adrian hizo un viaje a Acapulco en coche, consumió 20 litros de gasolina. En el trayecto hizo una escala para desayunar hasta ese momento había consumido  $\frac{2}{3}$  partes de la gasolina que tenía el depósito y para finalizar su trayecto, consumió la mitad de la gasolina que le quedaba al depósito. Antes de llegar a su destino hay una desviación que debe tomar, pero como iba distraído con el celular se vio forzado a frenar de manera inmediata a una distancia de 40 pies para detener el automóvil y evitar pasarse.

- a) ¿Cuántos litros de gasolina tenía el depósito?
- b) ¿Cuántos litros consumió en cada etapa?
- c) ¿Cuál era la velocidad del automóvil antes de frenar?

Si la fórmula para calcular la distancia,  $d = \frac{1}{10}x^2$  donde x es la velocidad del automóvil en millas por hora, antes de frenar.

**VI. Antes de solucionar el problema, contesta las siguientes preguntas:**

1. ¿Qué ecuaciones necesitas para resolver el problema?

---



---

2. ¿Qué procedimientos vas a seguir para solucionar el problema?

---



---

**VII. Es el momento de solucionar el problema de manera individual.**



**VIII. Atiende las indicaciones del profesor e intégrate a un equipo de trabajo de cinco alumnos.**

- Comparte las respuestas de problema a todo el equipo y enfatiza qué fue lo más difícil de realizar.
- En equipo lleguen a un acuerdo sobre la solución.
  - En el caso de que coincidan, revisen cómo es que llegaron al resultado.
  - En caso de haber diferencias, revisen qué es lo que salió mal, tal vez un signo, una operación aritmética o una distracción.
  - Al concluir elaboren el procedimiento para resolver ecuaciones lineales y cuadráticas.

Procedimiento:

Recordar que:

- ✓ Una ecuación se reconoce por el exponente mayor que tiene la variable, de ahí se debe utilizar el procedimiento adecuado para resolver.
- ✓ Despejar significa dejar sola a la incógnita.
- ✓ La ecuación general de segundo grado demanda tres variables, por fuerza; a, b y c, aunque b y c pueden valer cero.
- ✓ Para utilizar la fórmula general de segundo grado, la ecuación debe estar igualada a cero, si no es así, se hace lo necesario para que esté en esa forma.

**IX. De forma individual, resuelve los siguientes problemas y compara tus resultados con otro compañero.**

1. El papá de Paulo tiene 35 años y su hijo 5. ¿Al cabo de cuántos años la edad del padre será tres veces mayor que la del hijo?
  
2. Un parque rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. ¿Cuál es el ancho de dicho camino si se sabe que su área es de  $540 \text{ m}^2$ ?



Para profundizar en los contenidos abordados investiga y ejercita, en los siguientes sitios web:

- 🌐 [https://es.khanacademy.org/search?page\\_search\\_query=ecuaciones%20lineales](https://es.khanacademy.org/search?page_search_query=ecuaciones%20lineales)
- 🌐 [https://es.khanacademy.org/search?search\\_again=1&page\\_search\\_query=ecuaciones+cuadraticas](https://es.khanacademy.org/search?search_again=1&page_search_query=ecuaciones+cuadraticas)

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado de la media, la mediana, la moda, el rango y la desviación media.**

**Sesión No. 9**



**80 minutos**



**¿Qué aprender?**

**Medidas de tendencia central**



**Media**



**Mediana**



**Moda**

**Medidas de dispersión**



**Rango**



**Desviación media**

**I. Sigue las indicaciones del profesor.**

**II. Contesta las siguientes preguntas:**

1. ¿Cómo se define la media?

---

---

2. ¿Qué es la mediana?

---

---

3. ¿Qué es la moda?

---

---

4. ¿Qué son las medidas de tendencia central?

---

---

5. ¿Qué es el rango?

---



---

6. ¿Qué calcula la desviación media?

---



---



### Medidas de tendencia central y dispersión

**Media:**  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$  Nos indica que es la suma de todos los datos, entre el número de datos.

**Mediana:**  $\tilde{x} = \frac{n+1}{2}$  El número que nos dé, será su posición (en un ordenamiento de datos ascendentes).

**Moda:** bastará con revisar qué dato se repite más veces.

**Rango:**  $L_s - L_i$  Es la resta del valor más bajo del más alto.

**Desviación media:**  $\frac{\sum_{i=1}^n |\bar{x} - x_i|}{n}$  Es más que la sumatoria del valor absoluto de la diferencia entre la media y cada uno de los datos, dividido entre el número total de datos.

Donde el significado de los símbolos es:

n.- número total de datos

$\Sigma$ .- Suma de datos

**Valor absoluto:** indica que al término de la operación no se toma en cuenta el signo: si sale un valor negativo, simplemente se elimina dicho signo.

### III. Revisa y analiza el siguiente problema.

El maestro de educación física necesita formar la selección de básquetbol que participará en el torneo inter/colegial del estado, por lo que debe elegir a los más aptos; además de su habilidad, es importante la altura de sus integrantes, ya que los equipos participantes en dicho torneo tienen una altura arriba de 1.60 m. Con este dato, el maestro decide medir a los estudiantes interesados en formar parte de la selección.

Obtuvo los siguientes datos:



Nombre	Estatura en metros
Juan	1.60
Pedro	1.70
José	1.65
Luis	1.67
Jorge	1.66
Esteban	1.67
Fernando	1.61
Pablo	1.59
Emiliano	1.56
Cristian	1.58
Joel	1.57

¿Quiénes integrarán la selección, considerando la estatura que requiere el entrenador?

¿Cuál es el promedio de altura del equipo?

¿Quién está a la mitad entre los más altos y los más bajos de los seleccionados?

¿Qué jugador es el más pequeño y cuál el más alto?

¿Cuántos tienen la misma estatura?

¿Cómo puedes saber si el equipo es dispar en sus estaturas, y cómo se calcula?

**IV. Antes de que comiences a solucionar el problema, contesta las siguientes preguntas:**

¿Tienes toda la información necesaria para responder las preguntas del problema?

---

¿Se necesitan fórmulas, información adicional u algún otro dato? ¿Cuál?

---

¿Cómo lo vas a resolver?

---

¿Qué material extra necesitas para lograrlo?

---



## Medidas de tendencia central y dispersión

### ❖ Media

Ejemplo:



¿Cuál es la media de las edades de Andrea y sus primos?

La media de las edades de Andrea y sus primos se calcula:

$$\text{Media} = \frac{3+5+6+8+9+9+9}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

La media de edad es 7 años.

### • Mediana

Para el cálculo de la mediana ordenamos los datos de menor a mayor.

Ejemplo: Calcular la mediana del conjunto de datos:

Conjunto impar de datos:

2 3 4 5 8 5 3

Ordenamos los datos de menor a mayor

2 3 3 4 5 5 8

Dato central

La mediana es 4

Conjunto par de datos:

8 6 9 5 2 10

Ordenamos los datos de menor a mayor

2 5 6 8 9 10

Ahora calculamos la media de los datos centrales:

$$\frac{6 + 8}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

La mediana es 7

- **Moda**

Ejemplo 1:

¿Cuál es el dato que más se repite en el ejemplo de Andrea y sus primos?

El dato que más se repite es el **9**, es el que tiene mayor frecuencia absoluta (3 veces).

- **Rango**

Ejemplo:

Se preguntó a nueve familias cuántas bicicletas tenían en total; dieron las respuestas ordenadas en la siguiente tabla:

No. de bicicletas	0	1	2	3
Frecuencia absoluta	1	5	2	1

¿Cómo se determina el rango?

Se resta el dato menor al mayor:  $3 - 0 = 3$ ; por lo tanto el rango sería 3.

Si el conjunto de datos que se recolecta es muy numeroso o si el rango es muy amplio, es conveniente agruparlos y ordenarlos en **intervalos** o clases.

**La amplitud** o tamaño de cada intervalo se puede calcular dividiendo el valor del rango entre la cantidad de intervalos que se desea obtener.

Fuente: <http://www.portaleducativo.net/octavo-basico/790/mediamodamedianayrango>. Recuperado el 06 de junio de 2017.

- **Desviación media**

Ejemplo:

Calcular la desviación media de la distribución:

9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

$$\bar{x} = \frac{9+3+8+8+9+8+9+18}{8} = 9$$

$$D_{\bar{x}} = \frac{|9-9|+|3-9|+|8-9|+|8-9|+|9-9|+|8-9|+|9-9|+|18-9|}{8} = 2.25$$

Fuente: [http://www.vitutor.com/estadistica/descriptiva/a\\_14.html](http://www.vitutor.com/estadistica/descriptiva/a_14.html). Recuperado el 06 de junio de 2017

V. Resuelve el problema de manera individual; utiliza la siguiente tabla para registrar los resultados. No olvides desarrollar las operaciones aplicando las fórmulas, además responde las preguntas.

Resultados Estadísticos

Concepto Estadístico	Fórmula	Resultado
Media	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$	$\bar{x} =$
Mediana	$\tilde{x} = \frac{n + 1}{2}$	$\tilde{x} =$
Moda	Dato que se repite más veces	$\hat{x} =$
Rango	$L_s - L_i$	$R =$
Desviación Media	$\frac{\sum_{i=1}^n  \bar{x} - x_i }{n}$	$D_m =$

¿Cuál es el promedio de altura del equipo?

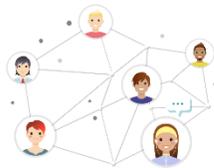
¿Quién está a la mitad entre los más altos y los más bajos de los seleccionados?

¿Qué jugador es el más pequeño y cuál el más alto de los seleccionados?

¿Cuántos tienen la misma estatura?

¿Cómo puedes saber si el equipo es dispar en sus estaturas, y cómo se calcula?

**VI. Sigue las instrucciones del docente para integrarte a un equipo de trabajo de cinco personas, y realiza las siguientes tareas:**



- Comparte los resultados del problema; de ser necesario, corrijan.
- Finalmente, elijan a un representante por cada equipo, para que escriba los resultados en el pizarrón.
- Comparen sus resultados con los expuestos por los otros equipos; si es necesario, retroalimenten y corrijan.



**VII. Resuelve el siguiente problema, entrega en una hoja los desarrollos y los resultados.**

Con la serie de seis datos, obtén las medidas de tendencia central y las de dispersión.

Datos

Se tienen los pesos (en kg) de seis bebés recién nacidos:

2.800, 3.100, 2.580, 3.250, 2.800 y 2.670

“La estadística es una rama muy amplia, y estos son sólo algunos de los conocimientos básicos que un estudiante debe tener; sin embargo, si a alguien le interesa y desea saber más sobre este tema, les doy un link, para que lo revisen”.

<http://math2me.com/playlist/estadistica>



**Ejercicios para reforzar conocimientos.**

1. Al arrojar un dado 15 veces, se obtuvieron los siguientes datos:

6    2    4    1    2    4    3    3    2    1    6    5    6    3  
4

2. Las calificaciones de diez estudiantes del idioma inglés fueron:

8.7    8.6    8.5    8.7    8.6    8.7    8.6    8.1    7.7    8.5

3. El peso, en Kg, de 13 estudiantes:

56    61    64    70    72    69  
75    74    77    76    74    78    70

4. Al contar el número de autos que cruzan una caseta de cuota, por minuto, se tienen los siguientes datos:

10    7    4    2    6    4    2    4    6    2    8

5. Las calificaciones de un estudiante, en seis exámenes, son:

8.4    9.1    7.2    6.8    8.7    7.8

6. Diez medidas de diámetro de un cilindro, en centímetros fueron registradas como:

3.88    4.09    3.92    3.97    4.02    3.95    4.03    3.92    3.98    4.06

7. Se tienen los siguientes números, tomados al azar del 1 al 10.

5    3    6    5    4    5    2    8    6    5  
4    8    3    4    5    4    8    2    5    4

8. En un hospital se seleccionó una muestra aleatoria de 20 pacientes, y el resultado sus edades fue:

64    68    75    77    90    65    69    83    73    88  
91    84    62    76    82    88    75    90    65    70

**HABILIDAD ESPECÍFICA**

**Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.**

**Sesión No. 9**



**70 minutos**



**¿Qué aprender?**

-  **Probabilidad empírica**
-  **Probabilidad clásica**
-  **Espacio muestral**

**I. Atiende las indicaciones del profesor.**

**II. Responde a las siguientes preguntas:**

1. ¿Qué es la probabilidad?

---

---

2. ¿Qué es un espacio muestral?

---

---

3. ¿Qué es un evento?

---

---

4. ¿Qué es un experimento?

---

---

### III. Revisa la siguiente información.

#### Probabilidad clásica o de Laplace



Esta forma de trabajar la probabilidad está sustentada en trabajo matemático, y podemos decir de ella que:

Considera que la probabilidad de un evento A es igual al cociente del número de casos favorables del evento (n), entre el número total de casos posibles (N), es decir:

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

Esta corriente, pone de manifiesto que todos los eventos tienen la misma oportunidad de ocurrir, por ejemplo, al tirar un dado sólo puede caer una cara, cualquiera de las seis, por lo que la probabilidad de que caiga uno, dos, tres, cuatro, cinco o seis puntos es la misma.



Se escribe de la siguiente manera:

$$P(1)=P(2)=P(3)=P(4)=P(5)=P(6) = \frac{n}{N} = \frac{1}{6}$$

La probabilidad tiene varios aspectos que se deben considerar para realizar correctamente los cálculos, porque los eventos no solo aparecen como si no tuviera nada que influya en ellos, hay muchos factores, por ejemplo, qué pasa si saco de una bolsa objetos y sigo calculando probabilidades cada vez con menos objetos, o qué pasa si al hacer un experimento cambia el resultado de otro.

Se dice que dos eventos son **mutuamente excluyentes o disjuntos** si éstos no tienen resultados en común, es decir, no pueden obtenerse dos eventos con la misma característica; si lanzo una moneda al aire no puede caer sol o águila al mismo tiempo; o bien, si lanzamos un dado sólo caerá una cara de las seis, no pueden caer dos o más al mismo tiempo.



Ahora vamos a poner en práctica lo que hemos recordado, pon mucha atención para lograr el objetivo.

Ejemplo:

En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, 5 alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 44 alumnos, encontrar la probabilidad de que el alumno que falta:

a) Sea Hombre  $p(\text{hombre}) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3} = 0.33$

b) Sea mujer morena  $p(\text{mujer morena}) = \frac{20}{45} = \frac{4}{9} = 0.44$

c) Sea hombre o mujer  $p(\text{hombre} \cup \text{mujer}) = 1$

#### IV. Revisa y analiza el siguiente problema.

A los alumnos de 3° de la primaria “Club de Leones” se les va a realizar una prueba de atención y les proporcionan un paisaje en donde tienen que colorear del mismo color todos los conejos ocultos, para ello metemos en un saco oscuro 20 colores diferentes y de las mismas características.



- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante saque el color rojo?
- Si en vez de 20 colores diferentes, se embolsan 5 rojos, 4 verdes, 3 amarillos, 6 azules y 2 naranjas, ¿cuál es la probabilidad de que al sacar un color sea amarillo?
- ¿Cuál es la probabilidad de sacar un color verde?

#### V. Antes de solucionar el problema, responde las siguientes preguntas:

- ¿El espacio muestral son todas las posibilidades de tener una situación con las mismas características?

---



---

- ¿Es posible que la probabilidad de un evento determinado sea mayor a la unidad?

---



---

- ¿Qué quiere decir que una probabilidad es cero?

---



---

4) ¿Y entonces, qué será si la probabilidad es 1?

---

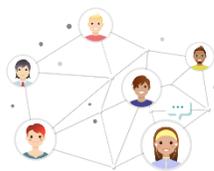
---

**VI. Soluciona el problema planteado de manera individual.**

- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante saque el color rojo, o verde, o azul?
- Si en vez de 20 colores diferentes, se embolsan 5 rojos, 4 verdes, 3 amarillos, 6 azules y 2 naranjas,
- ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar un color sea amarillo?
- ¿Cuál es la probabilidad de sacar un color verde?

**VII. Intégrate a un equipo de trabajo de cinco alumnos y realiza lo siguiente:**

- Muestren las respuestas de los ejercicios a sus compañeros y comparen si éstas coinciden.
- En el caso de que coincidan, revisen cómo es que llegaron al resultado.
- En caso de haber diferencias, revisen qué es lo que salió mal.
- Concluir la forma en que se deben trabajar la probabilidad clásica.





**VIII. Resuelve los siguientes ejercicios, al concluir intercambia tus resultados con un compañero y retroaliméntalo, de ser necesario:**

1. Paulina juega voleibol y futbol. La probabilidad de que se lesione jugando voleibol es de 0.1. La probabilidad de que se lesione jugando futbol es de  $\frac{1}{10}$   
¿Cuál evento es más probable?

2. Bruce llamará por teléfono una persona de sus contactos de manera aleatoria. Tiene 25 contactos en total, 20 de esos contactos son personas de su vecindario.

¿Cuál es la probabilidad de que Bruce llame a una persona que no es de su vecindario?

3. Tanto Felipe como Enzo olvidaron estudiar para su examen de Ciencias. La probabilidad de que Felipe apruebe el examen es de 0.19. La probabilidad de que Enzo apruebe el examen es de  $\frac{1}{4}$

¿Quién es más probable que apruebe el examen?

Fuente: <https://es.khanacademy.org/math/probability/probability-geometry/probability-basics/e/understanding-probability> Recuperado el 15 de junio de 2017.



**Para profundizar en los contenidos abordados, revisa los videos en las siguientes ligas:**

 <https://www.youtube.com/watch?v=9ajsVEo9GUY>

 <https://www.youtube.com/watch?v=gQo4B03dFZs>

## Evaluación diagnóstica del ingreso al bachillerato 2017-2018

### Coordinadores y dirección estratégica

Pedro Daniel López Barrera  
Asesor de Innovación Educativa, CoSDAc.

Delia Carmina Tovar Vázquez  
Subdirectora de Innovación, CoSDAc.

Janet Pamela Domínguez López  
Subdirectora de Desarrollo Académico, CoSDAc.

Paulo Sergio Camacho Cano  
Subdirector de Divulgación, CoSDAc.

### Asesoría técnico-pedagógica

Gladys Elizabeth Mata García  
Jorge Antonio Gómez Santamaría  
Maura Torres Valades  
Manuel Gerardo Romero Guadarrama  
Víctor Adrián Lugo Hernández

### Diseño de portada

Edith Nolasco Carlón

### Desarrollo de Software

Javier Jiménez Iglesias  
Miguel Ángel Juárez González

Tels. 3601 1000, Ext. 64353, 64352, 64359, 64250 y 64355  
Página web: <http://www.cosdac.sems.gob.mx>

### Dirección Técnica y responsable de la evaluación

#### DGETI

Emiliano Cruz Sánchez  
Tels. 3600 4350, Ext. 60773, 60772, 60787  
Página web: <http://www.dgeti.sep.gob.mx>  
Juan Gerardo Orellana Suárez  
[juangerardo.orellana@dgeti.sems.gob.mx](mailto:juangerardo.orellana@dgeti.sems.gob.mx)

#### DGETA

Francisco Calderón Cervantes  
Tels. 3601 1000 y 3601 1097, Ext. 62369  
Página web: <http://www.dgeta.sep.gob.mx>  
Nereyda Vite Alejandrez  
[nereyda.vite@dgeta.sems.gob.mx](mailto:nereyda.vite@dgeta.sems.gob.mx)

#### DGECyTM

Víctor Manuel Rojas Reynosa  
Tel. 3601 1000 y 3601 1097, Ext. 64096  
Página web: <http://www.dgecytm.sep.gob.mx>  
[victor.rojas@dgecytm.sems.gob.mx](mailto:victor.rojas@dgecytm.sems.gob.mx)

#### CECYTE

Raúl García Rubio  
Tel. 3600 4350, Ext. 60546  
[raulgr@cecyte.edu.mx](mailto:raulgr@cecyte.edu.mx)  
Laura Yolanda Valencia Sánchez  
[laura.valencia@cecyte.edu.mx](mailto:laura.valencia@cecyte.edu.mx)

#### COBAE

Sylvia Beatriz Ortega Salazar  
Página web: <http://www.cbachiller.es.edu.mx>  
56244100, Ext. 4450

#### DGB

Tel. 3601 1097, Ext. 63262  
Página web: <http://www.dgb.sep.gob.mx>  
Jaime Ayala Galindo  
[jaime.ayala@dgb.sems.gob.mx](mailto:jaime.ayala@dgb.sems.gob.mx)

### Asesoría académica

María de la Luz Téllez Aguilar  
Martha Julia Aguilar Rodríguez  
Griselda Luna Ramos  
María del Rosario Hernández Sánchez  
Dante Alejandro Jaramillo de León  
Marcos Cervantes Maciel

Alejandro Nava Camacho  
Amalia Trinidad Lojero Velásquez  
Julio Lagunes Yáñez

Se autoriza la reproducción total o parcial de este documento, siempre y cuando se cite la fuente y no se haga con fines de lucro.